ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 31 № 1 2025

УДК 512.54+519.17

XV ШКОЛА-КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ТЕОРИИ ГРУПП, ПОСВЯЩЕННАЯ 95-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ М. И. КАРГАПОЛОВА[1]

И. Н. Белоусов, А. С. Кондратьев, В. Д. Мазуров, Н. В. Маслова, А. А. Махнев, Н. А. Минигулов

Эта статья о XV школе-конференции по теории групп, посвященной 95-летию со дня рождения М. И. Каргаполова. Приведены сведения о жизни и научной деятельности М. И. Каргаполова, обзор основных событий школы-конференции и список открытых проблем, сформулированных участниками, с комментариями к этим проблемам.

Ключевые слова: автоморфизм, граф Грюнберга — Кегеля (граф простых чисел), граф разрешимости, группа, дистанционно регулярный граф, инволюция, локально-конечная группа, мазуровская тройка, оператор Роты — Бакстера, периодическая группа, регулярный 3-политоп, сильно регулярный граф, централизатор, AT-группа, D_π-группа, SR-группа, π-длина группы.

I. N. Belousov, A. S. Kondrat'ev, V. D. Mazurov, N. V. Maslova, A. A. Makhnev, N. A. Minigulov. XV school-conference on group theory dedicated to the 95th Birthday of M.I. Kargapolov.

This paper is about the XV school-conference on group theory dedicated to the 95th Birthday of M. I. Kargapolov. The paper contains biographical information about M. I. Kargapolov, a survey of principal events held at the school-conference and the list of open problems posed by the participants with comments to these problems.

Keywords: automorphism, Gruenberg–Kegel graph (prime graph), solvable graph, group, distance-regular graph, involution, locally finite group, Mazurov triple, Rota-–Baxter operator, periodic group, regular 3-polytope, strongly regular graph, centralizer, AT-group, D_π-group, SR-group, π-length of group.

MSC: 20-06 (Primary), 05C25, 05C50, 05C12, 05E30, 16W99, 20-03, 20B05, 20B25, 20C15, 20C20, 20D05, 20D10, 20D20, 20D60, 20D99, 20E25, 20F50, 52B10 (Secondary)

DOI: 10.21538/0134-4889-2025-31-1-273-285

XV школа-конференция по теории групп, посвященная 95-летию со дня рождения М. И. Каргаполова, прошла в г. Екатеринбурге 21–28 июля 2024 г. в смешанном очно-дистанционном формате. Организаторами школы-конференции выступили Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН), Институт естественных наук и математики Уральского федерального университета и Уральский математический центр. Председатель Програмного комитета и Оргкомитета школы-конференции — главный научный сотрудник ИММ УрО РАН член-корр. РАН А. А. Махнев, заместители председателя Программного комитета — главный научный сотрудник Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (ИМ СО РАН) член-корр. РАН В. Д. Мазуров и ведущий научный сотрудник ИММ УрО РАН д-р физ.-мат. наук Н. В. Маслова, ученый секретарь Оргкомитета — научный сотрудник ИММ УрО РАН канд. физ.-мат. наук Н. А. Минигулов.

Михаил Иванович Каргаполов родился 9 ноября 1928 г. в деревне Русаковой Каргапольского района Курганской области в семье крестьянина. В 1951 г. он окончил Уральский государственный университет и с 1951 по 1953 г. служил в Советской Армии. Затем в 1953–1955 гг. Михаил Иванович учился в аспирантуре Пермского государственного университета под руководством С. Н. Черникова, а в 1955 г. защитил диссертацию кандидата физико-математических наук “Локально конечные группы со специальными силовскими p-подгруппами”. В 1954–1960 гг.

[1]Работа выполнена в рамках исследований, проводимых в Уральском математическом центре при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (номер соглашения 075-02-2025-1549).

он ассистент, старший преподаватель, доцент Пермского государственного университета. В 1960–1965 гг. — старший научный сотрудник Института математики Сибирского отделения Академии наук СССР (Института математики СО АН СССР). В 1963 г. М. И. Каргаполов защитил диссертацию доктора физико-математических наук “Некоторые вопросы теории бесконечных групп”. В 1963–1966 гг. он работает деканом механико-математического факультета Новосибирского государственного университета, в 1965–1967 гг. — заведующим отделом функционального анализа Института математики СО АН СССР. В 1966 г. ему присвоено ученое звание профессора по кафедре алгебры и математической логики; он избран членом-корреспондентом Академии наук СССР. В 1967–1976 гг. Михаил Иванович заведовал отделом теории групп Института математики СО АН СССР и кафедрой алгебры и математической логики Новосибирского государственного университета. В 1967–1969 гг. он также являлся проректором Новосибирского государственного университета.

Обладая ярким и самобытным талантом, М. И. Каргаполов внес выдающийся вклад в современную алгебру. Характерными чертами его научного творчества являлись интерес к узловым проблемам и глубина исследований. Ему принадлежат основополагающие результаты в теории групп и в исследовании алгоритмических проблем алгебры. М. И. Каргаполов — автор и соавтор около 60 публикаций, в том числе в центральных советских математических журналах (Успехи математических наук (9 публ.), Доклады АН СССР (4 публ.), Математические заметки (1 публ.), Сибирский математический журнал (6 публ.), Алгебра и логика (15 публ.), Украинский математический журнал (1 публ.)). Помимо этого в 1972 г. он опубликовал также совместную с Ю. И. Мерзляковым монографию. Практически полный список публикаций М. И. Каргаполова см. в [7]. Среди его соавторов следует указать также И. Н. Абрамовского, П. С. Александрова, Л. А. Бокутя, А. Т. Гайнова, И. И. Еремина, Ю. Л. Ершова, Д. И. Зайцева, А. И. Кокорина, В. М. Копытова, В. Д. Мазурова, А. И. Мальцева, В. Н. Ремесленникова, Н. С. Романовского, В. А. Романькова, Е. И. Тимошенко, В. С. Чарина, В. А. Чуркина, А. И. Ширшова, В. П. Шункова.

Дадим обзор основных результатов М. И. Каргаполова по теории групп в более или менее хронологическом порядке.

В теории конечных групп М. И. Каргаполов исследовал вопросы, связанные, в основном, с факторизацией групп [ДАН 114:6, (1957), 1155–1157], [Уч. зап. Пермского ун-та, 16:3 (1958), 3–7], [Уч. зап. Пермского ун-та 17:2 (1960), 5–8].

Изучению локально нормальных групп посвящены две работы. Группа называется локально нормальной, если каждое ее конечное подмножество содержится в некоторой ее конечной нормальной подгруппе. Выясняя границы применимости классической теоремы Силова, М. И. Каргаполов установил, что силовские p-подгруппы локально нормальной группы являются сопряженными только тогда, когда их число конечно [Успехи мат. наук 12:4, (1957) 297–300]. Всякая полупростая локально нормальная группа изоморфно вкладывается в прямое произведение конечных групп, хотя может и не разлагаться в такое произведение [Научн. докл. высш. школы, Физ.-мат. наук 6 (1958), 3–7].

Большой цикл работ М. И. Каргаполова посвящен теории бесконечных разрешимых групп и их обобщений, создателями которой являются А. Г. Курош (1908–1971) и С. Н. Черников (1912–1987). Идущее от Галуа понятие разрешимой группы при переходе к бесконечным группам сильно разветвляется, если пользоваться различными вариантами определения разрешимости, равносильными для конечных групп. Кроме того, понятия субнормального, нормального, центрального рядов конечной группы с помощью трансфинитной индукции обобщаются соответственно на понятия субнормальной, нормальной, центральной систем бесконечной группы. Некоторые вопросы теории обобщенно разрешимых групп до сих пор остаются открытыми, а наиболее глубокие результаты здесь принадлежат М. И. Каргаполову.

Так, в [ДАН 127:6 (1959), 1164–1166] и [Алгебра и логика 2:5 (1963), 19–28] он указал весьма тонкий пример локально нильпотентной группы (т. е. группы, каждая конечно порожденная подгруппа которой нильпотентна), не имеющей разрешимого возрастающего субнормального ряда. Там же построена бесконечная разрешимая периодическая группа без силовской базы, откуда следует, что теорему Шура о дополняемости силовских подгрупп конечной группы нельзя распространить на бесконечные группы. Напомним, что силовской базой периодической группы G называется набор Σ ее силовских p-подгрупп S_p, по одной для каждого p из множества простых делителей порядков элементов группы G, если из включений $S_{p_1}, \ldots, S_{p_n} \in \Sigma$ следует, что порядок каждого элемента подгруппы $\langle S_{p_1}, \ldots, S_{p_n} \rangle$ есть произведение степеней чисел $p_1, \ldots, p_n$.

В работе [ДАН 125:2 (1959), 255–257] М. И. Каргаполов доказал, что прямое произведение любого множества $\overline{Z}$-групп, т. е. групп, всякий гомоморфный образ которых обладает центральной системой, само принадлежит классу $\overline{Z}$. В то же время свойство $\overline{Z}$ не переносится на подгруппы, как показывает пример из той же работы.

В [Алгебра и логика 2:5 (1963), 19–28] установлено существование группы G, обладающей разрешимой нормальной системой, ранги факторов которой ограничены в совокупности, а n-й коммутант $G^{(n)}$ не обладает центральной системой ни при каком натуральном числе n.

Выдающийся результат был получен М. И. Каргаполовым в статье [Алгебра и логика 1:5 (1962), 37–44]: *если в разрешимой группе каждая абелева подгруппа имеет конечный ранг, то и вся группа имеет конечный ранг.* Напомним, что ранг группы является в некоторой степени аналогом размерности векторного пространства: по определению группа имеет конечный ранг r, если каждая ее конечно порожденная подгруппа порождается не более чем r элементами.

К теории многообразий разрешимых групп относится работа [Алгебра и логика 10:6 (1971), 651–657] (в соавт. с В. А. Чуркиным). В ней доказано, что всякое многообразие разрешимых групп, не содержащее всех метабелевых групп, содержится в некотором произведении $\mathcal{B}_k\mathcal{N}_l\mathcal{B}_k$, где $\mathcal{B}_k$ – многообразие всех групп периода k, $\mathcal{N}_l$ – многообразие нильпотентных групп ступени не выше l.

Весьма содержательный обзор результатов и нерешенных проблем современной теории разрешимых групп был сделан М. И. Каргаполовым в докладе на Второй Международной конференции по теории групп в Канберре в 1973 г. [Proc. Second Internat. Conf. Theory of Groups, Lect. Notes Math. 372 (1974), 389–394].

Вопросам пополнения групп посвящены четыре работы. Здесь речь идет о вложении групп в полные группы, т. е. такие группы, в которых из любого элемента извлекается корень любой степени. Объединяя теорему А. И. Мальцева о локально нильпотентных пополнениях локально нильпотентных групп без кручения и результаты П. Конрада о пополнениях метабелевых групп, М. И. Каргаполов доказал, что если коммутант локально нильпотентной группы G есть группа без кручения, то G обладает таким локально нильпотентным пополнением G^*, что коммутант группы G^* также не имеет кручения, а периодическая часть группы G^* служит пополнением для периодической части группы G; группа G^* определяется этими условиями однозначно с точностью до изоморфизма [СМЖ 3:5 (1962), 695–700]. К этому же направлению относится работа [Алгебра и логика 1:1 (1962), 5–13]. В работе [Уч. зап. Пермского ун-та 17:2 (1960), 9–11] (в соавт. с Ю. И. Мерзляковым и В. Н. Ремесленниковым) установлено, что всякая группа вкладывается в простую полную группу, а в работе [ДАН 134:3 (1960), 518–520] (в соавт. с Ю. И. Мерзляковым и В. Н. Ремесленниковым) доказано, что группы каждого из следующих классов обладают пополнениями, принадлежащими к этому же классу: разрешимые группы данной ступени, группы с разрешимой (суб)нормальной системой, локально разрешимые группы, локально конечные p-группы.

Крупным вкладом в теорию локально конечных групп явились две работы М. И. Каргаполова. В [СМЖ 2:6 (1961), 853–873] изучаются локально конечных групп, обладающих субнормальными системами с конечными факторами. Для этого класса групп М. И. Каргаполов решил, в частности, проблему минимальности С. Н. Черникова: *из условия минимальности для абелевых подгрупп в таких группах следует почти абелевость самих групп.* Еще более яркий результат получен в работе [СМЖ 4:1 (1963), 232–235]: всякая бесконечная локально конечная группа обладает бесконечной абелевой подгруппой. Тем самым для локально конечных групп была решена проблема О. Ю. Шмидта: *бесконечная локально конечная группа, все собственные подгруппы которой конечны, является квазициклической.*

К теории упорядочиваемых групп относятся три работы. В статье [Алгебра и логика 2:6 (1963), 5–14] М. И. Каргаполов доказал, что свободная n-ступенно разрешимая группа с k порождающими при $n \geq 3$ и $k \geq 2$ не является доупорядочиваемой, т. е. не всякое ее частичное упорядочение продолжается до линейного. Тем самым было показано, что существуют разрешимые упорядочиваемые, но не доупорядочиваемые группы. Группа называется вполне доупорядочиваемой, если каждое линейное упорядочение каждой ее подгруппы можно продолжить до линейного упорядочения всей группы. Исчерпывающее описание таких групп дает следующая теорема М. И. Каргаполова [Алгебра и логика 1:2 (1962), 16-21]: группа без кручения G тогда и только тогда вполне доупорядочиваема, когда она содержит такую абелеву нормальную подгруппу A, что фактор-группа G/A абелева и для любых элементов a, b из G, таких что $1 \neq a \in A$, $b \notin A$, элемент $b^{-1}ab$ равен a^{α} для некоторого положительного рационального числа α. Это описание, по существу, завершило теорию вполне доупорядочиваемых групп. В работе [Алгебра и логика 4:6 (1965), 21–27] (в соавт. с А. И. Кокориным и В. М. Копытовым) приводятся примеры, дающие решения некоторых известных вопросов теории упорядочиваемых групп, т. е. групп, допускающих линейное упорядочение.

Линейным группам посвящена работа [СМЖ 3:6(1962), 834–838; письмо в редакцию, 4:5 (1963), 1198–1199], где классическая теорема Шура о локальной конечности периодической линейной группы над полем нулевой характеристики распространена на случай поля положительной характеристики. Там же доказано существование такой функции χ натурального аргумента, что для любой периодической линейной группы степени n число неабелевых факторов в любой ее неуплотняемой субнормальной системе не превосходит $\chi(n)$.

Элементарные теории абелевых групп и связанных с ними систем изучаются в трех работах: [Алгебра и логика 1:3 (1962), 46–53], [Алгебра и логика 2:2 (1963), 31–46] и [Алгебра и логика 1:6, (1963), 26–36]. Отметим, в частности, следующий результат из публикации 1962 г.: *если класс групп K содержит все абелевы редуцированные группы без кручения, то элементарная теория класса решеток подгрупп групп из K неразрешима.*

В последние годы жизни М. И. Каргаполов уделял большое внимание исследованию алгоритмических проблем теории групп: работал в этом направлении сам и привлекал учеников и сотрудников. Отдавая должное успехам комбинаторной теории групп, М. И. Каргаполов был пропагандистом другого подхода к алгоритмическим проблемам – через финитную аппроксимируемость групп относительно соответствующих предикатов [Бесконечные группы, В сб. “Итоги науки. Алгебра. Топология. Геометрия. 1966”, М., 1968, 57–90] (в соавт. с Ю. И. Мерзляковым). Так, в статье [Алгебра и логика 6:1 (1967), 63–68] он доказал, что сверхразрешимые группы финитно аппроксимируемы относительно сопряженности и, следовательно, проблема сопряженности в них решается положительно. В работе [Алгебра и логика 5:6 (1966), 15–26] (в соавт. с В. Н. Ремесленниковым) построен алгоритм сопряженности для свободных разрешимых групп, попутно решены и некоторые другие алгоритмические проблемы.

Много сил отдавал М. И. Каргаполов подготовке и воспитанию высококвалифицированных кадров. После окончания аспирантуры он работал на кафедре высшей алгебры и геометрии Пермского государственного университета, прошел путь от ассистента до доцента. Читал общие курсы по алгебре, ряд специальных курсов по теории групп, вел спецсеминары, кружок по теории групп для студентов. Под его руководством в Пермском госукдарственном университете научной работой занимались многие студенты: З. И. Теплоухова, М. И. Сергеев, И. Н. Абрамовский, В. Н. Ремесленников, Ю. И. Мерзляков (1940–1995) и др.

Переехав в 1960 г. по приглашению А. И. Мальцева в Новосибирск, М. И. Каргаполов, наряду с Институтом математики СО АН СССР, стал работать и в Новосибирском государственном университете. Под его влиянием подготовлено большое число кандидатов и докторов наук. Сокурсники В. Н. Ремесленников и Ю. И. Мерзляков, окончив Пермский государственный университет в 1961 г., уже в Новосибирске под руководством М. И. Каргаполова обучались в аспирантуре и защитили кандидатские диссертации (Мерзляков в 1964 г., Ремесленников в 1967 г.). Хотя института научных консультантов еще не существовало, когда Ю. И. Мерзляков (1972), В. Д. Мазуров (1974) и В. Н. Ремесленников (1975) защищали докторские диссертации, Михаил Иванович, по сути, таковым для них и являлся. В дальнейшем В. Д. Мазуров создал свою школу по теории конечных групп в Новосибирске. Заметим , что Ю. И. Мерзляков и В. Н. Ремесленников, пермские ученики Михаила Ивановича, продолжая его деятельность, также внесли выдающийся вклад в становление и развитие новосибирской школы (а В. Н. Ремесленников — еще и омской школы) по теории групп. Из учеников М. И. Каргаполова, защитивших кандидатские диссертации, следует назвать также Е. И. Тимошенко (1973), который защитил докторскую (в 1998 г.) уже после кончины Михаила Ивановича, В. А. Чуркина (1973), М. В. Хорошевского (1974, соруководителем у него был также В. Д. Мазуров) и М. И. Кабенюка (1974). Естественно, М. И. Каргаполов внимательно следил за научной деятельностью учеников своих учеников, руководя семинаром по теории групп. Отметим большое разнообразие тем диссертаций, подготовленных под влиянием Михаила Ивановича. Дерево его учеников (см. Mathematics Genealogy Project, https://mathgenealogy.org) состоит из 84 фамилий, из которых более 10 — доктора наук. Большой вклад в этот список внесли В. Н. Ремесленников (49 “потомков”) и Ю. И. Мерзляков (19 “потомков”).

На основе спецкурсов 1968–1969 годов для студентов-математиков, прочитанных М. И. Каргаполовым, Ю. И. Мерзляковым и В. Н. Ремесленниковым в Новосибирском государственном университете, в 1972 г. опубликован учебник М. И. Каргаполова и Ю. И. Мерзлякова “Основы теории групп”, который отличается краткостью и в то же время тщательностью и глубиной изложения, а также наличием большого числа содержательных примеров и упражнений. Эта книга, выдержавшая несколько изданий (в 2024 г. в изд-ве “Лань”, Санкт-Петербург вышло уже 7-е издание) и переводов, является настольной для многих алгебраистов, как отечественных, так и зарубежных.

М. И. Каргаполов сыграл значительную роль в становлении и развитии Новосибирского государственного университета, работая на постах декана механико-математического факультета (1963–1966), заведующего кафедрой алгебры и математической логики (1967–1976), проректора по научной работе (1967–1969), председателя совета по присуждению ученых степеней по математике и механике.

Наряду с интенсивной научной и педагогической деятельностью М. И. Каргаполов вел большую организационную работу. Весь его новосибирский период связан с Институтом математики СО РАН и Новосибирским государственным университетом. Там он стал одним из ведущих советских ученых-алгебраистов, участвовал в создании Новосибирского научного центра, был членом проблемной алгебраической комиссии АН СССР и членом правления Сибирского математического общества.

В феврале 1965 г. на базе “Коуровка” под Свердловском усилиями М. И. Каргаполова и А. И. Старостина был организован первый Всесоюзный симпозиум по теории групп. Именно на этом симпозиуме появилась “Коуровская тетрадь”, ныне всемирно известный сборник нерешенных вопросов теории групп. Всего по инициативе и при неизменном участии Михаила Ивановича было проведено четыре всесоюзных симпозиума по теории групп. М. И. Каргаполов был главным редактором журнала Алгебра и логика”, членом редколлегий журнала “Математические заметки” и “Сибирского математического журнала”.

М. И. Каргаполов активно участвовал в общественной жизни Сибирского отделения АН СССР, был заместителем секретаря партбюро Института математики, членом Новосибирского областного комитета защиты мира. Он награжден двумя орденами Трудового Красного Знамени (1967, 1975 гг.) и медалями.

Общительный, энергичный и жизнерадостный по натуре, в последние годы жизни ученый был тяжело болен и почти полностью лишен возможности двигаться. Зная, что болезнь неизлечима, он мужественно переносил страдания и напряженно работал до последнего дня.

Михаил Иванович Каргаполов скончался в расцвете творческих сил 20 февраля 1976 г. Похоронен на Южном кладбище г. Новосибирска. Короткая яркая жизнь Михаила Ивановича Каргаполова, целиком отданная служению науке и Родине, является вдохновляющим примером для его учеников и сотрудников, а память о нем — выдающемся ученом, пламенном патриоте — навсегда сохранится в сердцах всех, кто его знал. На здании Института математики имени С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (по адресу: г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 4), где он работал, установлена посвященная ему мемориальная доска.

Школа-конференция по теории групп, посвященная 95-летию со дня рождения М. И. Каргаполова, собрала ведущих специалистов в области теории групп и ее приложений. Участниками школы-конференции стали 57 отечетсвенных алгебраистов из Брянска, Владикавказа, Екатеринбурга, Иваново, Краснодара, Красноярска, Нальчика, Новосибирска, Севастополя, Соликамска, Челябинска, Ярославля, а также 26 зарубежных алгебраистов из Белоруссии, Германии, Китая и США. Рабочими языками школы-конференции были русский и английский, рабочая программа состояла из двадцати пяти 50-минутных лекций/пленарных докладов ключевых докладчиков:
А. В. Васильев, "The structure of a finite group and its arithmetic characteristics";
А. Ф. Васильев (*совместно с Т. И. Васильевой*), "Силовски определяемые классы конечных групп и их приложения";
А. А. Гальт, "Операторы Роты — Бакстера на группах";
И. Б. Горшков, "Характеризация непростых групп множеством размеров классов сопряженности";
В. В. Кабанов, "Об одном классе графов Кэли";
Л. С. Казарин, "О тройных факторизациях π-разрешимых групп";
А. С. Кондратьев, две лекции: "О Михаиле Ивановиче Каргаполове" и "О конечных группах без элементов порядка $2p$ для нечетного простого числа p";
В. Д. Мазуров, "Периодические группы Фробениуса";
А. С. Мамонтов, "Об условиях локальной конечности для групп, порожденных элементами малых порядков";
А. А. Махнев, "Q-polynomial distance-regular graphs";
В. И. Мурашко, "Вычислительная теория классов конечных групп";
Я. Н. Нужин, "Порождающие множества инволюций почти простых групп и их приложения в геометрии";
В. В. Пржиялковский, "Ограниченность взвешенных полных пересечений";
Д. О. Ревин, "Виландовы X-подгруппы";
А. В. Рожков, "Новый взгляд на AT-группы";
Г. К. Рябов, "Linked systems of relative difference sets and divisible design Cayley digraphs";
С. В. Скресанов, "Ограничения на автоморфизмы дистанционно регулярных графов";
А. И. Созутов, "О группах с конечным регулярным автоморфизмом";
Е. В. Соколов, "Об аппроксимируемости корневыми классами HNN-расширений групп";
И. Л. Сохор, "О двух обобщениях нормальности: модулярность и пермутируемость";
А. М. Старолетов, "Аксиальные алгебры и связанные с ними группы";
А. В. Тимофеенко, "Равнореберные паркетогранники и близкие антипризмам многогранники";
В. И. Трофимов, "Теорема Теплица и собственные функции локально конечных графов";
И. А. Чубаров, "Мономиальные конечные группы";
а также семнадцати коротких 15-минутных сообщений других участников конференции о новых результатах в области теории групп и ее приложений.

Во вторник, 23 июля, в рамках дополнительной программы конференции с целью знакомства с историей и географией Урала состоялась короткая экскурсия с посещением Стелы "Европа-Азия" и Музейного комплекса гражданской и военной техники в г. Верхняя Пышма.

В пятницу, 26 июля, состоялся час открытых проблем, вызвавший оживленную дискуссию.

Участники школы-конференции представили следующие открытые вопросы (вопросы вместе с комментариями к ним приводятся в порядке, позволяющем избежать дублирования не общеизвестных определений).

1. Пусть $\mathbb{A}$ — произвольная алгебра над полем $\mathbb{F}$, $R : \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ — линейное отображение, $\lambda \in \mathbb{F}$ — скаляр. Отображение R называется оператором Роты — Бакстера веса λ, если для любых $x, y \in \mathbb{A}$ выполнено равенство

$$R(x)R(y) = R(R(x)y + xR(y) + \lambda xy).$$

Операторы Роты — Бакстера на алгебрах изучались достаточно давно; желающие ознакомиться с этой областью исследования отсылаются, например, к монографии [18].

Пусть G — группа. Согласно [19] отображение $B : G \to G$ называется оператором Роты — Бакстера (веса 1), если для любых $g, h \in G$ выполнено равенство

$$B(g)B(h) = B(gB(g)hB(g)^{-1}).$$

- Описать операторы Роты — Бакстера на конечных простых группах.
- Определить аналог оператора Роты — Бакстера на лупах Муфанг.

А. А. Гальт

2. Пусть конечная группа G действует транзитивно на множестве Ω нечетного порядка и α, β — две различные точки из множества Ω. Существует ли такой элемент $g \in G$, действующий на Ω без неподвижных точек, что $\alpha^g = \beta$? Поставленный вопрос исследовался для примитивных групп подстановок, см. [20, проблема 8.75]. Указанная проблема также связана с вопросом Г. Цаппы 1962 г., ответ на который был получен не так давно М. Кондером [15].

А. А. Гальт

3. Пусть G — периодическая группа, a — ее автоморфизм простого порядка p, действующий на G свободно, т. е. без нетривиальных неподвижных точек. Является ли G локально конечной группой, если p не является порядком никакого элемента из G?

В. Д. Мазуров

4. Автоморфизм α периодической группы F назовем конечным, если каждый элемент из F содержится в подходящей конечной α-допустимой подгруппе группы F. Локально конечна ли группа F, допускающая конечный регулярный автоморфизм порядка 6?

А. И. Созутов

5. Является ли локально конечной порожденная инволюциями периодическая группа, в которой локально конечен централизатор каждой ее инволюции? Известно [10], что периодическая группа, содержащая инволюции, централизатор каждой инволюции в которой конечен, локально конечна. Более того, даже периодическая группа, обладающая инволюцией, централизатор которой в группе конечен, локально конечна [11].

В. Д. Мазуров

6. (см. В. П. Шунков, частный случай [20, проблема 10.74]). Пусть группа G содержит элемент a порядка три с конечным централизатором $C_G(a)$, причем все подгруппы вида $\langle a, a^g \rangle$, где $g \in G$, конечны и почти все из них разрешимы. Локально конечна ли группа G?

А. И. Созутов

7. Какие конечные почти простые группы порождаются тремя инволюциями, две из которых перестановочны[2]? Для конечных простых групп ответ на этот вопрос получен по модулю “Классификации конечных простых групп” (см. [20, проблема 7.30]). Известно, что конечные почти простые группы, порожденные тремя инволюциями, две из которых перестановочны, являются группами автоморфизмов регулярных 3-политопов [16].

Я. Н. Нужин

8. Пусть π — некоторое множество простых чисел и G— почти простая D_π-группа[3] без нетривиальных нормальных π-подгрупп. Верно ли, что если $H^\pi \cap H^x \cap H^y > 1$ для некоторой π-холловой подгруппы H и любых элементов x и y из G, то цоколь группы G изоморфен $PSL_2(q)$ для некоторого q?

В. И. Зенков

9. Пусть π — некоторое множество простых чисел. В. А. Белоногов [1] описал конечные минимальные не π-разложимые группы. Описать минимальные конечные группы, не являющиеся группами π-длины один.

Л. С. Казарин

10. SR-группой назывется группа, у которой каждый элемент сопряжен со своим обратным и тензорное произведение любых двух неприводимых представлений над полем комплексных чисел разлагается по неприводимым представлениям группы с коэффициентами, не превосходящими единицы. Как устроены конечные SR-группы? В частности, ограничена ли их ступень разрешимости?

Л. С. Казарин

11. Пусть G — конечная группа. Графом разрешимости группы G называется обыкновенный граф, множеством вершин которого является множество всех простых делителей порядка G и две вершины p и q в котором смежны тогда и только тогда, когда в группе G есть разрешимая подгруппа, порядок которой делится на pq. Получить описание конечных почти простых групп, графы разрешимости которых являются полными. Примером такой группы служит $\mathrm{Aut}(PSL_3(2))$.

Л. С. Казарин

12. Пусть G — конечная группа. Графом Грюнберга — Кегеля (или графом простых чисел) называется обыкновенный граф, множеством вершин которого является множество всех простых делителей порядка G и две вершины p и q в котором смежны тогда и только тогда, когда в группе G есть элемент порядка pq. Назовем W_p-группой для нечетного простого числа p конечную группу порядка, делящегося на $2p$, без элементов порядка $2p$; в графе Грюнберга — Кегеля такой группы вершины 2 и p не смежны. Обозначим через W класс всех W_p-групп, когда p пробегает все нечетные простые числа. Легко понять, что все конечные группы с несвязным графом Грюнберга — Кегеля принадлежит классу W. Согласно результатам А. В. Васильева и Е. П. Вдовина [2; 3] каждая конечная простая группа принадлежит классу W, за исключением знакопеременной группы степени, отличной от r, $r+1$, $r+2$ и $r+3$ для простого числа r.

- Описать неразрешимые W_p-группы для каждого нечетного простого числа $p \geq 5$. Для $p = 3$ соответствующая проблема решена в [5]. Разрешимые W_p-группы для любого p описаны в [4].

[2]Группы, которые порождаются тремя инволюциями, две из которых перестановочны, называются $(2 \times 2, 2)$-порожденными, а соответствующую систему порождающих группы, иногда называют мазуровской тройкой.

[3]Конечную группу называют D_π-группой, если в ней выполняется полный аналог теорем Силова для π-холловых подгрупп.

- Определить все почти простые W_p-группы для простого числа $p > 5$. Почти простые W_p-группы для $p = 3$ описаны в [5], для $p = 5$ — в [4]. Проблема описания почти простых W_p-групп тесно связана с проблемой распознаваемости конечных групп по графу Грюнберга — Кегеля (см. [13, теорема 1.3]; [21, проблемы 3 и 5]).
- Для конечной квазипростой W_p-группы G и простого числа $p > 3$ описать все неприводимые $GF(2)G$-модули V такие, что элемент порядка p из G действует на V без неподвижных точек. Для $p = 3$ указанная проблема решена в [5].

А. С. Кондратьев

13. Недавно было показано [14], что если сильно регулярный граф Γ изоморфен графу Грюнберга — Кегеля конечной группы, то Γ — полный многодольный граф, все доли которого имеют размер 2, или Γ — дополнение до сильно регулярного графа без треугольников. Также из работы [17] следует, что обыкновенный граф изоморфен графу Грюнерга — Кегеля конечной разрешимой группы тогда и только тогда, когда его дополнение не содержит треугольников и 3-раскрашиваемо. Пусть Γ — сильно регулярный граф без треугольников, не являющийся 3-раскрашиваемым[4]. Существует ли конечная (неразрешимая) группа такая, что ее граф Грюнберга — Кенеля изоморфен дополнению до Γ?

Н. В. Маслова

14. Пусть Γ — граф диаметра d и $i \in \{1, 2, \dots, d\}$. Граф Γ_i определен на том же множестве вершин, что и Γ, и две вершины u и w смежны в графе Γ_i тогда и только тогда, когда они находятся на расстоянии i в графе Γ. Существует ли дистанционно регулярный Q-полиномиальный граф Γ диаметра 3 такой, что графы Γ_2 и Γ_3 сильно регулярны?

А. А. Махнев

15. Графом Шилла называется дистанционно регулярный граф степени k диаметра 3 с массивом пересечений $\{b_0, b_1, b_2; c_1, c_2, c_3\}$, имеющий второе собственное значение, равное $a = k - c_3$. Существуют ли графы Шилла с массивами пересечений $\{60, 45, 8; 1, 12, 50\}$, $\{60, 52, 10; 1, 10, 48\}$, $\{72, 70, 8; 1, 8, 63\}$? [5]

А. А. Махнев

16. Пусть Γ — дистанционно регулярный граф диаметра 3 со вторым собственным значением $\theta_2 = 0$ и третьим собственным значением $\theta_3 = a_2 - c_3$. Тогда Γ имеет массив пересечений $\{yx+yz, yz-y, xy-x; 1, x+z, yz\}$. Если $x = nt$ и $z = n((t+1)x+1), y = z/n = (t+1)x+1$, то получается бесконечная серия массивов пересечений:

$$\{(nt^2 + nt + 1)(nt + 1)n(t + 1), (nt^2 + nt + 1)(nt + n - 1)(nt + 1), n^2(t + 1)t^2;$$
$$1, (nt + 1)n(t + 1), (nt^2 + nt + 1)^2 n\}.$$

Верно ли, что существует не более чем конечное множество дистанционно регулярных графов с массивами пересечений из этой серии?

А. А. Махнев

17. Пусть Γ — антиподальный дистанционно регулярный граф диаметра 4 с собственными значениями $\theta_0 > \theta_1 > \theta_2 > \theta_3$. Тогда если его параметр Крейна $q^4_{1,1}$ равен нулю, то Γ локально сильно регулярен с нетривиальными собственными значениями $p := \theta_2$ и

[4] 3-раскрашиваемые сильно регулярные графы перечислены, например, в [12, теорема 3.1].

[5] Известно [6], что Q-полиномиальный дистанционно регулярный граф с массивом пересечений $\{60, 45, 8; 1, 12, 50\}$ не существует. Поскольку Q-полиномиальность дистанционно регулярного графа однозначно определяется по его массиву пересечений, для первого набора параметров этот вопрос уже решен.

$-q := \theta_3$. В этом случае параметры пересечений графа Γ могут быть параметризованы p, q и размером антиподальных классов r графа Γ, поэтому Γ обозначают через $AT4(p, q, r)$. Д. В. Падучих [8] найдены массивы пересечений $AT4(p, q, r)$-графов с $q \leq 4$. Существуют ли $AT4(9, 3, 2)$-граф и $AT4(8, 4, 3)$-граф?

А. А. Махнев

18. Все необходимые определения и обозначения могут быть найдены в [9].

- Найти костабилизаторы вершин и ряд коммутантов γ-аналога 2-группы Григорчука $H_p = gr(f, g, h)$, где направляющий путь автоморфизмов f, g, h равен $(0, 0, \ldots)$, сопровождающие перестановки имеют вид

$$f = (\pi, \pi, 1, \ldots); g = (\pi, 1, \pi, \ldots); h = (1, \pi, \pi, \ldots),$$

  - при $p = 2$ над 2-деревом $\pi = (0, 1)$;
  - при $p = 3$ над 3-деревом $\pi = (0, 1, 2)$.

- Вычислить костабилизаторы вершин регулярной конечно порожденной периодической AT-группы над последовательностью
  - $\omega = (p, p, \ldots)$, где p— простое число и $p > 2$;
  - $\Omega = (p^2, p^2, \ldots)$, где p— простое число и $p > 2$;
  - $\Omega = (2^n, 2^n, \ldots)$, где $n > 1$.

- Найти условие периодичности $2AT$-группы над последовательностью $\omega = (p, p, \ldots)$, где p— простое число и $p > 2$.

А. В. Рожков

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Белоногов В.А.** Условие для конечной группы быть группой Шмидта // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2016. Т. 22, № 4. С. 81–86.
2. **Васильев А.В., Вдовин Е.П.** Критерий смежности в графе простых чисел конечной простой группы // Алгебра и логика. 2005. Т. 44, № 6. С. 682–725.
3. **Васильев А.В., Вдовин Е.П.** Коклики максимального размера в графе простых чисел конечной простой группы // Алгебра и логика. 2011. Т. 50, № 4. С. 425–470.
4. **Го Цз., Го В., Кондратьев А.С., Нирова М.С.** Конечные группы без элементов порядка десять. Случай разрешимых или почти простых групп // Сиб. мат. журн. 2024. Т. 65, № 4. С. 636–644.
5. **Кондратьев А.С., Минигулов Н.А.** Конечные группы без элементов порядка 6 // Мат. заметки. 2018. Т. 104, № 5. С. 717–724.
6. **Махнев А.А., Биткина В.В., Гутнова А.К.** Q-полиномиальный граф с массивом пересечений $\{60, 45, 8; 1, 12, 50\}$ не существует // Вест. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2023. № 2 (61). С. 29–33. https://doi.org/10.17072/1993-0550-2023-2-29-33
7. Михаил Иванович Каргаполов / под ред. проф. Ю. И. Мерзлякова, Новосибирск: Институт математики СО АН СССР, 1978. 19 с.
8. **Падучих Д.В.** Перечисление массивов пересечений $AT4$-графов с $q \leq 4$ // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2024. Т. 30, № 4. С. 207–211. https://doi.org/10.21538/0134-4889-2024-30-4-207-211
9. **Рожков А.В.** AT-группы, не являющиеся AT-подгруппами: переход от AT_ω-групп к AT_Ω-группам // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28, № 1. С. 218–231. https://doi.org/10.21538/0134-4889-2022-28-1-218-231
10. **Шунков В.П.** О периодической группе с почти регулярными инволюциями // Алгебра и логика. 1968. Т. 7, № 1. С. 113–121.
11. **Шунков В.П.** О периодических группах с почти регулярной инволюцией // Алгебра и логика. 1972. Т. 11, № 4. С. 470–493.

12. **Blokhuis A., Brouwer A.E., Haemers W.H.** On 3-chromatic distance-regular graphs // Designs, Codes and Cryptography. 2007. Vol. 44. P. 293–305. https://doi.org/10.1007/s10623-007-9100-7
13. **Cameron P.J., Maslova N.V.** Criterion of unrecognizability of a finite group by its Gruenberg–Kegel graph // J. Algebra. 2022. Vol. 607, part A. P. 186–213. https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2021.12.005
14. **Chen M.-Zh., Gorshkov I.B., Maslova N.V., Yang N.** On combinatorial properties of Gruenberg–Kegel graphs of finite groups // Monatshefte für Mathematik. 2024. Vol. 205. P. 711–723. https://doi.org/10.1007/s00605-024-02005-6
15. **Conder M.** Answer to a 1962 question by Zappa on cosets of Sylow subgroups // Adv. Math. 2017. Vol. 313. P. 167–175. https://doi.org/10.1016/j.aim.2017.04.011
16. **Conder M., Oliveros D.** The intersection condition for regular polytopes // J. Combin. Theory. Ser. A. 2013. Vol. 120, no. 6. P. 1291–1304. https://doi.org/10.1016/j.jcta.2013.03.009
17. **Gruber A. et. al.** A characterization of the prime graphs of solvable groups // J. Algebra. 2015. Vol. 442. P. 397–422. https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2014.08.040
18. **Guo L.** An introduction to Rota–Baxter algebra. Surveys of modern mathematics. Vol. IV. Beijing: Higher Education Press, 2012.
19. **Guo L., Lang H., Sheng Y.** Integration and geometrization of Rota–Baxter Lie algebras // Adv. Math. 2021. Vol. 387, art. no. 107834. https://doi.org/,10.1016/j.aim.2021.107834
20. The Kourovka notebook. Unsolved problems in group theory / eds. V.D. Mazurov, E.I. Khukhro. 20th ed. [e-resource]. Linkoln; Novosibirsk: University of Lincoln, U.K.; Inst. Math. SO RAN Publ., 2024. 274 p. URL: `https://kourovka-notebook.org/`.
21. **Maslova N.V.** On arithmetical properties and arithmetical characterizations of finite groups // Proc. of $(WM)^2$ — World Meeting for Women in Mathematics – 2022. 8 p. URL: `https://arxiv.org/abs/2401.04633`. https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.04633

Поступила 12.02.2025
После доработки 22.02.2025
Принята к публикации 24.02.2025

Белоусов Иван Николаевич
канд. физ.-мат. наук, старший науч. сотрудник
зав. отделом
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский федеральный университет
г. Екатеринбург
email: i_belousov@mail.ru

Кондратьев Анатолий Семенович
д-р физ.-мат. наук, профессор
зав. сектором
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский математический центр
г. Екатеринбург
e-mail: a.s.kondratiev@imm.uran.ru

Мазуров Виктор Данилович
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр РАН
главный науч. сотрудник
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
г. Новосибирск
e-mail: mazurov@math.nsc.ru

Маслова Наталья Владимировна
д-р физ.-мат. наук, ведущий науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский федеральный университет;

Уральский математический центр
г. Екатеринбург
e-mail: butterson@mail.ru

Махнев Александр Алексеевич
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН
главный науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский федеральный университет;
Уральский математический центр, г. Екатеринбург
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

Минигулов Николай Александрович
канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский федеральный университет;
Уральский математический центр, г. Екатеринбург
e-mail: n.a.minigulov@imm.uran.ru

REFERENCES

1. Belonogov V.A. A condition for a finite group to be a Schmidt group. *Tr. Inst. Mat. Mekh.*, 2016, vol. 22, no. 4, pp. 81–86 (in Russian). https://doi.org/10.21538/0134-4889-2016-22-4-81-86
2. Vasiliev A.V., Vdovin E.P. An adjacency criterion for the prime graph of a finite simple group. *Algebra and Logic*, 2005, vol. 44, no. 6, pp. 381–406. https://doi.org/10.1007/s10469-005-0037-5
3. Vasil'ev A.V., Vdovin E.P. Cocliques of maximal size in the prime graph of a finite simple group. *Algebra and Logic*, 2011, vol. 50, no. 4, pp. 291–322. https://doi.org/10.1007/s10469-011-9143-8
4. Guo Z., Guo W., Kondratiev A.S., Nirova M.S. Finite groups without elements of order ten. The case of solvable or almost simple groups. *Siberian Math. J.*, 2024, vol. 65, no. 4, pp. 636–644 (in Russian).
5. Kondrat'ev A.S., Minigulov N.A. Finite groups without elements of order six. *Math. Notes*, 2018, vol. 104, no. 5, pp. 696–701. https://doi.org/10.1134/S000143461811010X
6. Makhnev A.A., Bitkina V.V., Gutnova A.K. Q-polynomial graph with an intersections array $\{60, 45, 8; 1, 12, 50\}$ does not exist. *Vestnik Permskogo univer. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2023, vol. 2, no. 61, pp. 29–33 (in Russian). https://doi.org/10.17072/1993-0550-2023-2-29-33
7. *Mikhail Ivanovich Kargapolov.* Ed. Prof. Yu. I. Merzlyakova, Novosibirsk, Institute of Mathematics of the SB Academy of Sciences of the USSR, 1978, 19 p.
8. Paduchikh D.V. Enumeration of intersection arrays of $AT4$-graphs with $q \leq 4$. *Tr. Inst. Mat. Mekh.*, 2024, vol. 30, no. 4, pp. 207–211 (in Russian). https://doi.org/10.21538/0134-4889-2024-30-4-207-211
9. Rozhkov A.V. AT-groups that are not AT-subgroups: transition from AT_ω-groups to AT_Ω-groups. *Tr. Inst. Mat. Mekh.*, 2022, vol. 28, no. 1, pp. 218–231 (in Russian). https://doi.org/10.21538/0134-4889-2022-28-1-218-231
10. Shunkov V.P. On a periodic group with almost regular involutions. *Algebra i logika*, 1968, vol. 7, no. 1, pp. 113–121 (in Russian).
11. Shunkov V.P. Periodic groups with an almost regular involution. *Algebra i logika*, 1972, vol. 11, pp. 470–493 (in Russian).
12. Blokhuis A., Brouwer A.E., Haemers W.H. On 3-chromatic distance-regular graphs. *Des. Codes Cryptogr.*, 2007, vol. 44, pp. 293–305. https://doi.org/10.1007/s10623-007-9100-7
13. Cameron P.J., Maslova N.V. Criterion of unrecognizability of a finite group by its Gruenberg–Kegel graph. *J. Algebra*, 2022, vol. 607, part. A, pp. 186–213. doi: 10.1016/j.jalgebra.2021.12.005
14. Chen M.-Zh., Gorshkov I.B., Maslova N.V., Yang N. On combinatorial properties of Gruenberg–Kegel graphs of finite groups. *Monatsh. Math.*, 2024, vol. 205, edt. 4, pp. 711–723. https://doi.org/10.1007/s00605-024-02005-6
15. Conder M. Answer to a 1962 question by Zappa on cosets of Sylow subgroups. *Adv. Math.*, 2017, vol. 313, pp. 167–175. https://doi.org/10.1016/j.aim.2017.04.011

16. Conder M., Oliveros D. The intersection condition for regular polytopes. *J. Comb. Theory*, ser. A, 2013, vol. 120, iss. 6, pp. 1291–1304. https://doi.org/10.1016/j.jcta.2013.03.009
17. Gruber A., Keller T., Lewis M., Naughton K., Strasser B. A characterization of the prime graphs of solvable groups. *J. Algebra*, 2015, vol. 442, pp. 397–422. https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2014.08.040
18. Guo L. *An introduction to Rota–Baxter algebra.* Vol. IV in the Surveys of Modern Mathematics ser., Boston, Inter. Press, 2012, 238 p. ISBN: 9781571462534 .
19. Guo L., Lang H., Sheng Y. Integration and geometrization of Rota–Baxter Lie algebras. *Adv. Math.*, 2021, vol. 387, art. no. 107834. https://doi.org/10.1016/j.aim.2021.107834
20. *Kourovskaya tetrad'. Nereshennyye voprosy teorii grupp.* [The Kourovka notebook. Unsolved problems in group theory] / eds. E.I. Khukhro., V.D. Mazurov, 20th ed. [e-resource]. Linkoln, Novosibirsk, University of Lincoln, U.K.; Inst. Math. SO RAN, 2024, 274 p. Available at: `https://kourovka-notebook.org/`.
21. Maslova N.V. On arithmetical properties and arithmetical characterizations of finite groups. In: *Proc.* $(WM)^2$ *— World Meeting for Women in Mathematics –2022*, 2024, 8 p.
Available at: `https://arxiv.org/abs/2401.04633`. https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.04633

Received February 12, 2025
Revised February 22, 2025
Accepted February 24, 2025

Funding Agency: The work was performed as part of research conducted in the Ural Mathematical Center with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Agreement number 075-02-2025-1549).

Ivan Nikolaevich Belousov, Cand. Sci. (Phyth.-Math.), Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia; Ural Federal University, Yekaterinburg, 620083 Russia, e-mail: i_belousov@mail.ru.

Anatolii Semenovich Kondrat'ev, Dr. Phys.-Math. Sci., Prof., Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia, e-mail: a.s.kondratiev@imm.uran.ru .

Viktor Danilovich Mazurov, Dr. Phys.-Math. Sci., RAS Corresponding Member, Prof., Sobolev Institute of Mathematics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 630090 Russia, e-mail: mazurov@math.nsc.ru .

Natalia Vladimirovna Maslova, Dr. Phys.-Math. Sci., Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia; Ural Federal University, Yekaterinburg, 620083 Russia; Ural Mathematical Center, Yekaterinburg, 620083 Russia, e-mail: butterson@mail.ru .

Aleksander Alekseevich Makhnev, Dr. Phys.-Math. Sci., RAS Corresponding Member, Prof., Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia; Ural Federal University, Yekaterinburg, 620083 Russia, e-mail: makhnev@imm.uran.ru .

Nikolai Alesandrovich Minigulov, Cand. Sci. (Phyth.-Math.), Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia; Ural Federal University, Yekaterinburg, 620083 Russia, e-mail: n.a.minigulov@imm.uran.ru.

Cite this article as: I. N. Belousov, A. S. Kondrat'ev, V. D. Mazurov, N. V. Maslova, A. A. Makhnev, N. A. Minigulov. XV school-conference on group theory dedicated to the 95th Birthday of M.I. Kargapolov. *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2025, vol. 31, no. 1, pp. 273–285 .