

## ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ К СТАТЬЕ “О РЕШЕНИИ СИСТЕМ КВАДРАТИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ”

А. С. Стрекаловский, М. В. Баркова

### 1. Результаты вычислительного эксперимента по тестированию специального метода локального поиска

В табл. 1–5 представлены результаты вычислительного эксперимента по тестированию специального метода локального поиска (СМЛП), а также результаты работы современных пакетов прикладных программ для решения систем нелинейных уравнений: встроенного Matlab-решателя для CHAU Fsolve и солвера STRSCNE.

Используются следующие обозначения:

$n$  — размерность задачи;

$\#$  — номер стартовой точки  $x_0^{(\#)}$ ;

$F(x_0^{(\#)})$  — значение целевой функции задачи ( $\mathcal{P}$ ) в стартовой точке  $x_0^{(\#)}$ ;

$F(x(\tau))$  — значение целевой функции в  $\tau$ -критической полученной точке  $x(\tau)$ ;

$PL$  — число решенных линеаризованных (выпуклых) задач,

$T$  — время работы СМЛП (в секундах).

### 2. Результаты вычислительного эксперимента по тестированию метода глобального поиска

#### 2.1. Сравнение эффективности аппроксимаций

В табл. 6–8 представлены результаты вычислительного эксперимента по тестированию метода глобального поиска с применением различных аппроксимаций ( $\mathcal{A}_1$  и  $\mathcal{A}_2$ ) для задач ( $\mathcal{P}_i$ ),  $i = 1, 2, 3$  размерности от  $n = 10$  до 100.

Используются следующие обозначения:

$\#$  — номер стартовой точки  $x_0^{(\#)}$ ;

$F(x_0^{(\#)})$  — значение целевой функции задачи ( $\mathcal{P}$ ) в стартовой точке  $x_0^{(\#)}$ ;

$F(z)$  — значение целевой функции в полученной точке  $z$ ;

$itr$  — количество итераций глобального поиска (число улучшений целевой функции);

$loc$  — количество запусков СМЛП (число пройденных критических точек);

$PL$  — общее число решенных линеаризованных задач;

$T$  — время работы алгоритма (в секундах).

#### 2.2. Тестирование метода глобального поиска с аппроксимацией $\mathcal{A}_2$

В табл. 9–11 представлены результаты вычислительного эксперимента по тестированию глобального поиска с применением аппроксимации  $\mathcal{A}_2$  для тестовых систем уравнений с квадратичными функциями вида 1)-3) размерности от  $n = 100$  до 1000.

Таблица 1. Результаты тестирования СМЛП и ППП Fsolve и STRSCNE для задачи ( $\mathcal{P}_1$ )

$n$	#	$F(x_0^{(\#)})$	СМЛП			Fsolve		STRSCNE	
			$F(x(\tau))$	$PL$	$T$	$F(z)$	$T$	$F(z)$	$T$
10	1	9	1.4153	3	0.01	2.8006	0.02	2.5630	0.04
	2	10	<b>0</b>	2	0.00	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	3	57	1.6228	20	0.02	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	4	1960	1.7120	6	0.01	2.5636	0.02	2.5630	0.04
	5	67	2.6091	26	0.03	2.8022	0.03	2.8013	0.03
	6	784	1.3557	54	0.06	2.5635	0.02	2.5630	0.04
	7	748	1.7194	25	0.03	2.8022	0.03	2.8013	0.03
50	1	49	1.4142	3	0.01	2.8981	0.06	2.6962	0.20
	2	50	<b>0</b>	3	0.01	5.4445	0.10	<b>0</b>	0.01
	3	297	1.5982	4	0.02	2.6979	0.10	2.6962	0.20
	4	9920	1.7698	6	0.02	2.9002	0.18	2.8980	0.22
	5	348.6	1.4142	8	0.03	2.9005	0.17	2.8962	0.21
	6	85864	1.5393	9	0.04	2.6967	0.14	2.6962	0.17
	7	85748	1.7698	11	0.04	2.9002	0.21	2.8980	0.21
100	1	99	1.4142	3	0.02	2.8980	0.16	2.6962	0.63
	2	100	4.1060	11	0.09	10.8116	0.24	<b>0</b>	0.04
	3	597	1.5982	4	0.04	2.6974	0.29	2.6962	0.68
	4	19870	1.7698	6	0.05	2.8993	0.52	2.8980	0.89
	5	700.6	1.4142	8	0.07	2.8991	0.52	2.6962	0.95
	6	676714	1.5394	10	0.11	2.6969	0.38	2.6962	2.28
	7	676498	1.7698	14	0.13	2.8987	0.44	2.8980	1.02
500	1	499	1.4143	3	0.98	2.8992	2.18	2.6962	12.70
	2	500	4.1049	27	10.78	10.8118	3.90	<b>0</b>	0.76
	3	2997	1.5982	4	1.26	2.6967	4.88	2.6962	13.92
	4	99470	1.7698	6	2.20	2.8992	8.71	2.8980	18.51
	5	3516.6	1.4143	8	2.99	2.9004	8.68	2.6962	13.31
	6	$8.4 \cdot 10^7$	46.3322	25	9.89	2.7054	3.46	2.6962	12.00
	7	$8.4 \cdot 10^7$	46.3322	25	9.94	2.8960	4.89	2.8980	14.13
800	1	799	1.4144	3	3.61	2.8978	7.47	2.6962	28.59
	2	800	4.1058	8	11.30	10.8118	12.43	<b>0</b>	1.97
	3	4797	1.5982	4	5.15	2.6965	15.19	2.6962	37.62
	4	159170	1.7698	6	8.34	2.8991	27.49	2.8980	29.62
	5	5628.6	1.4142	8	11.45	2.9004	21.30	2.8980	62.94
	6	$3.4 \cdot 10^8$	8.2369	11	17.03	2.9062	10.03	2.6962	39.41
	7	$3.4 \cdot 10^8$	8.2369	11	16.90	2.9304	9.15	2.8980	144.36
1000	1	999	1.4145	3	134.57	2.8978	13.54	2.6962	40.77
	2	1000	14.6648	20	1334.20	10.8117	23.81	<b>0</b>	2.98
	3	5997	1.5982	4	213.79	2.6964	28.40	2.6962	43.58
	4	198970	1.7698	6	422.64	2.9096	27.62	2.8980	60.77
	5	7036.6	1.4142	8	714.17	2.8984	46.89	2.6962	78.68
	6	$6.7 \cdot 10^8$	14.1051	21	1376.70	3.6874	19.51	2.6962	71.28
	7	$6.7 \cdot 10^8$	14.1051	21	1338.82	2.9326	14.55	2.8980	34.32

Таблица 2. Результаты тестирования СМЛП и ППП Fsolve и STRSCNE для задачи ( $\mathcal{P}_2$ )

$n$	#	$F(x_0^{(\#)})$	СМЛП			Fsolve		STRSCNE	
			$F(x(\tau))$	$PL$	$T$	$F(z)$	$T$	$F(z)$	$T$
10	1	12	4.8310	30	0.04	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	2	10	<b>0</b>	2	0.01	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	3	57	<b>0</b>	2	0.00	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	4	84	4.7419	39	0.05	<b>0</b>	0.02	<b>0</b>	0.03
	5	62.82	<b>0</b>	2	0.01	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	6	323.5	<b>0</b>	3	0.01	<b>0</b>	0.02	<b>0</b>	0.00
	7	60.3	4.7336	3	0.00	<b>0</b>	0.02	<b>0</b>	0.03
50	1	48	5.0045	2	0.01	7.2385	0.04	7.2293	2.62
	2	50	<b>0</b>	3	0.01	<b>0</b>	0.04	<b>0</b>	0.02
	3	297	7.1188	4	0.01	<b>0</b>	0.03	<b>0</b>	0.02
	4	444	4.8467	4	0.02	7.2312	0.05	7.2313	2.66
	5	327.7	<b>0</b>	3	0.01	<b>0</b>	0.02	<b>0</b>	0.02
	6	7725.5	4.8466	7	0.03	7.2325	0.06	7.2314	2.97
	7	4190.5	4.8466	6	0.02	7.2318	0.07	7.2313	2.46
100	1	93	5.0045	2	0.02	7.2315	0.10	7.2313	8.51
	2	100	<b>0</b>	3	0.03	<b>0</b>	0.11	<b>0</b>	0.05
	3	597	7.1186	4	0.04	7.2315	0.14	<b>0</b>	0.05
	4	894	4.8467	4	0.04	7.2315	0.12	7.2313	5.01
	5	658.8	<b>0</b>	3	0.03	<b>0</b>	0.06	<b>0</b>	0.05
	6	37555	4.8466	8	0.08	7.2328	0.15	7.2313	4.76
	7	33633	4.8466	7	0.07	7.2312	0.16	7.2313	5.13
500	1	453	5.0045	2	0.66	7.2315	1.49	7.2314	157.54
	2	500	<b>0</b>	4	1.46	27.7194	3.15	<b>0</b>	0.78
	3	2997	7.1186	4	1.46	7.2315	2.29	<b>0</b>	0.94
	4	4494	4.8466	4	1.47	7.2319	1.66	7.2313	87.44
	5	3307.6	<b>0</b>	3	1.05	<b>0</b>	0.72	<b>0</b>	0.86
	6	$4.2 \cdot 10^6$	4.8466	10	4.18	7.2312	2.74	7.2313	90.34
	7	$4.2 \cdot 10^6$	$1.4 \cdot 10^6$	2	0.86	7.2312	2.98	7.2313	88.11
800	1	723	5.0045	2	2.51	7.2315	4.17	7.2314	351.69
	2	800	<b>0</b>	4	5.67	41.9663	10.02	<b>0</b>	1.97
	3	4797	7.1186	4	5.63	7.2317	6.68	<b>0</b>	2.15
	4	7194	4.8466	4	5.69	7.2321	4.74	7.2314	445.18
	5	5294.2	<b>0</b>	3	4.09	<b>0</b>	1.92	<b>0</b>	2.15
	6	$1.7 \cdot 10^7$	<b>0</b>	5	7.18	7.2311	9.44	7.2314	485.54
	7	$1.7 \cdot 10^7$	<b>0</b>	5	7.20	7.2309	7.61	7.2314	448.14
1000	1	903	5.0045	2	49.37	7.2315	7.55	7.2314	535.28
	2	1000	<b>0</b>	4	190.97	41.9378	18.50	<b>0</b>	2.89
	3	5997	7.1186	4	180.02	7.2385	11.83	<b>0</b>	3.52
	4	8994	4.8467	4	178.29	7.2312	8.86	7.2314	85.22
	5	6618.6	<b>0</b>	3	114.00	<b>0</b>	3.57	<b>0</b>	3.17
	6	$3.3 \cdot 10^7$	<b>0</b>	6	342.71	7.2307	20.23	7.2314	111.77
	7	$3.3 \cdot 10^7$	<b>0</b>	6	313.34	7.2304	17.97	7.2314	174.18

Таблица 3. Результаты тестирования СМЛП и ППП Fsolve и STRSCNE для задачи ( $\mathcal{P}_3$ )

$n$	#	$F(x_0^{(\#)})$	СМЛП			Fsolve		STRSCNE	
			$F(x(\tau))$	$PL$	$T$	$F(z)$	$T$	$F(z)$	$T$
10	2	1	0.9605	13	0.02	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.00
	3	1800	0.9596	14	0.03	<b>0</b>	0.02	<b>0</b>	0.01
	4	9	0.9605	14	0.02	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.01
	5	2180.2	1.0596	14	0.02	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.01
	6	92850	1.0097	47	0.07	<b>0</b>	0.02	<b>0</b>	0.01
	7	4050	0.9605	14	0.02	<b>0</b>	0.01	<b>0</b>	0.01
	50	2	1	0.9605	13	0.08	<b>0</b>	0.18	<b>0</b>
3		$49 \cdot 10^3$	0.9588	15	0.09	0.0029	0.04	<b>0</b>	0.02
4		9	0.9605	14	0.08	<b>0</b>	0.17	<b>0</b>	0.11
5		$5.9 \cdot 10^4$	1.0580	16	0.11	0.0035	0.04	<b>0</b>	0.02
6		$6.2 \cdot 10^7$	0.9605	14	0.08	3.6749	0.04	0.6362	0.03
7		600250	0.9605	14	0.08	0.0358	0.04	0.0061	0.03
100		2	1	0.9605	13	0.16	<b>0</b>	0.95	<b>0</b>
	3	$198 \cdot 10^3$	0.9580	16	0.22	0.0118	0.10	0.0016	0.07
	4	9	0.9605	14	0.17	<b>0</b>	0.82	<b>0</b>	0.45
	5	$2.4 \cdot 10^5$	1.0581	16	0.23	0.0143	0.09	<b>0</b>	0.08
	6	$9.9 \cdot 10^8$	0.9605	14	0.17	59.2043	0.10	5.1339	0.10
	7	$4.9 \cdot 10^6$	0.9605	14	0.17	0.2921	0.09	0.0943	0.09
	500	2	1	0.9605	13	6.21	1.7886	24.02	<b>0</b>
3		$499 \cdot 10^4$	0.9605	14	6.70	0.2974	1.30	0.0403	1.26
4		9	0.9605	14	6.70	33.064	24.38	<b>0</b>	8.24
5		$6.03 \cdot 10^6$	1.0604	17	8.01	0.3599	1.29	0.0175	1.34
6		$6.2 \cdot 10^{11}$	0.9605	14	6.73	37203.1606	1.29	5795.4872	1.86
7		$6.2 \cdot 10^8$	0.9605	14	6.74	37.1104	1.28	3.9345	1.79
800		2	1	0.9605	13	21.51	1.7886	71.41	<b>0</b>
	3	$1.3 \cdot 10^7$	0.9605	14	23.17	0.7620	3.51	0.039	3.03
	4	9	0.9605	14	23.04	33.0640	72.33	<b>0</b>	113.81
	5	$1.5 \cdot 10^7$	1.0770	16	26.39	0.922	3.49	0.0692	3.05
	6	$4.1 \cdot 10^{12}$	0.9605	14	23.26	243937.0029	3.51	39532.1249	4.41
	7	$2.5 \cdot 10^9$	0.9605	14	23.45	157.1232	3.51	20.2166	4.25
	1000	2	1	0.9605	13	825.27	1.7886	139.04	<b>0</b>
3		$1.9 \cdot 10^7$	0.9559	19	1200.97	1.1909	6.60	0.0789	4.52
4		9	0.9605	14	887.37	33.0640	141.98	<b>0</b>	189.73
5		$2.4 \cdot 10^7$	0.9605	14	874.01	1.4410	6.59	0.1357	4.48
6		$9.9 \cdot 10^{12}$	0.9605	14	884.78	595648.8304	6.61	50183.7493	6.74
7		$6.2 \cdot 10^8$	0.9605	14	906.89	303.3631	6.59	68.5442	6.23

Таблица 4. Результаты тестирования СМЛП и ППП Fsolve и STRSCNE для задачи ( $\mathcal{P}_4$ )

$n$	#	$F(x_0^{(\#)})$	СМЛП			Fsolve		STRSCNE	
			$F(x(\tau))$	$PL$	$T$	$F(z)$	$T$	$F(z)$	$T$
10	2	5	0.0000	24	0.02	0.0000	0.02	0.0000	0.01
	3	100	0.0000	4	0.01	0.0000	2.10	0.0000	0.47
	4	4545	0.0000	183	0.13	0.0000	0.01	0.0000	0.00
	5	33	0.0000	47	0.03	0.0000	0.02	0.0000	0.01
	6	1970	0.0000	163	0.11	0.0000	0.01	0.0000	0.00
	7	1652	0.0000	163	0.11	0.0000	0.01	0.0000	0.00
	50	2	25	0.0000	24	0.04	0.0000	0.06	0.0000
3		500	0.0000	4	0.01	0.0000	0.06	0.0000	0.06
4		22725	0.0000	183	0.35	0.0000	0.02	0.0000	0.01
5		165	0.0000	48	0.08	0.0000	0.08	0.0000	0.03
6		215350	595.9485	6	0.04	0.0000	0.02	0.0000	0.02
7		208642	0.0000	25	0.05	0.0001	0.02	0.0000	0.02
100		2	50	0.0000	24	0.14	0.0000	0.13	0.0000
	3	1000	0.0000	4	0.02	0.0000	0.05	0.0000	0.10
	4	45450	0.0000	183	1.21	0.0000	0.04	0.0000	0.04
	5	330	0.0000	48	0.28	0.0000	0.20	0.0000	0.11
	6	1694450	0.0000	25	0.15	0.0052	0.04	0.0000	0.58
	7	1617965	0.0000	25	0.15	0.0000	0.05	0.0000	0.05
	500	2	250	0.0000	24	9.34	0.0000	1.90	0.0000
3		5000	0.0000	4	1.2	0.0000	0.41	0.0000	0.46
4		227250	0.0000	184	76.99	0.0000	0.49	0.0000	0.60
5		1650	0.0000	48	19.34	0.0000	2.90	0.0000	0.98
6		209022250	0.0000	25	9.87	0.0015	0.55	0.0019	1.03
7		207139665	0.0000	25	9.86	0.0223	0.56	0.0039	1.02
800		2	400	0.0000	24	40.11	0.0000	5.91	0.0000
	3	8000	0.0000	4	4.69	0.0000	1.26	0.0000	1.83
	4	363600	0.0000	184	298.74	0.0000	1.63	0.0000	1.50
	5	2640	0.0000	48	77.21	0.0000	9.24	0.0000	2.68
	6	855095600	0.0000	25	39.02	3.2154	1.81	0.0151	2.43
	7	849633100	0.0000	25	38.2	8.6260	1.78	0.0196	2.45
	1000	2	500	0.0000	23	1662.12	0.0000	11.67	0.0000
3		10000	0.0000	3	145.86	0.0000	2.27	0.0000	3.25
4		454500	0.0000	20	1550.94	0.0000	2.74	0.0000	2.40
5		3300	0.0000	18	1268.56	0.0000	18.96	0.0000	4.54
6		1669419500	0.0000	25	1560.05	44.6690	3.25	0.0000	649.10
7		1661253950	0.0000	25	1641.09	0.0000	3.67	0.0081	3.81

Таблица 5. Результаты тестирования СМЛП и ППП Fsolve и STRSCNE для задачи ( $\mathcal{P}_5$ )

$n$	#	$F(x_0^{(\#)})$	СМЛП			Fsolve		STRSCNE	
			$F(x(\tau))$	$PL$	$T$	$F(z)$	$T$	$F(z)$	$T$
10	1	150	0.0386	173	0.49	0.0000	0.02	0.0000	0.05
	2	100	0.0000	7	0.01	0.0000	0.01	0.0000	0.00
	3	126	0.0003	12	0.02	0.0000	0.01	0.0000	0.01
	4	600	468.0019	5	0.03	0.0000	0.01	0.0000	0.00
	5	290.9	0.0088	13	0.03	0.0001	0.01	0.0000	0.01
	6	4850.8	0.0038	17	0.03	0.0004	0.01	0.0000	0.01
	7	602.2	0.0308	289	0.86	0.0000	0.01	0.0000	0.01
50	1	150	0.3868	199	1.51	0.0010	0.05	0.0000	0.03
	2	100	0.0000	7	0.05	0.0000	0.02	0.0000	0.01
	3	606	0.0002	13	0.1	0.0001	0.04	0.0000	0.03
	4	600	0.0000	8	0.05	0.0000	0.04	0.0000	0.02
	5	871.71	0.0087	13	0.1	0.0006	0.04	0.0000	0.03
	6	510190.75	0.0000	8	0.05	0.0260	0.04	0.0054	0.04
	7	12290.25	0.0000	8	0.05	0.0003	0.04	0.0001	0.03
100	1	150	0.3868	196	3.24	0.0125	0.14	0.0000	0.08
	2	100	0.0000	7	0.1	0.0000	0.05	0.0000	0.06
	3	1206	0.0001	14	0.21	0.0003	0.10	0.0000	0.08
	4	600	216.6847	29	0.98	0.0000	0.10	0.0000	0.07
	5	1597.71	0.0087	13	0.21	0.0013	0.09	0.0000	0.08
	6	4034240.75	0.0000	8	0.11	0.2263	0.11	0.0203	0.11
	7	53465.25	0.0000	8	0.11	0.0010	0.11	0.0003	0.11
500	1	150	0.3876	194	90.3	0.0321	1.47	0.0000	1.39
	2	100	0.0000	7	3.21	0.0000	0.63	0.0000	0.77
	3	6006	0.0001	15	6.82	0.0014	1.39	0.0000	1.52
	4	600	473.4966	5	3.38	0.0025	3.17	0.0000	1.43
	5	7405.71	0.0087	13	5.75	0.0069	1.34	0.0000	1.63
	6	500721641	0.0000	8	4.04	29.5534	1.56	5.1881	2.18
	7	1417865.25	0.0000	8	4.04	0.0506	1.65	0.0155	2.04
800	1	150	0.3848	196	362.5	0.0307	4.19	0.0000	2.96
	2	100	0.0000	7	11.03	0.0000	1.83	0.0000	1.60
	3	9606	0.0001	15	24.51	0.0023	3.75	0.0000	3.50
	4	600	238.8348	15	28.31	0.0084	7.90	0.0000	3.37
	5	11761.71	0.0087	13	23.28	0.0110	3.44	0.0000	3.71
	6	2049814691	0.0000	8	14.76	121.5775	4.62	21.9509	5.06
	7	3779313.25	0.0000	8	14.86	0.1211	4.11	0.0410	4.87
1000	1	150	0.3847	16	912.6	0.0313	8.32	0.0000	4.40
	2	100	0.0000	7	360.2	0.0000	3.26	0.0000	2.39
	3	12006	0.0002	15	968.2	0.0028	6.65	0.0000	5.25
	4	600	0.0001	8	472.1	0.0127	17.64	0.0000	5.00
	5	14665.71	0.0087	13	766.5	0.0138	6.10	0.0001	5.29
	6	4002818391	0.0001	8	480.3	237.7622	8.91	20.5329	7.83
	7	5841513.25	0.0001	8	410.7	0.1861	7.62	0.0330	7.55

Таблица 6. Сравнение эффективности аппроксимаций для задачи ( $\mathcal{P}_1$ )

#	$F(x_0^{(\#)})$	$\mathcal{A}_1$					$\mathcal{A}_2$				
		$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$
$n = 10$											
1	9	0	2	4	11	0.01	0	3	28	124	0.10
3	57	0	2	4	28	0.03	0	4	30	146	0.12
4	1960	0	2	4	14	0.02	0	4	30	132	0.10
5	67	0	2	4	34	0.04	0	5	31	154	0.12
6	784	0	2	4	62	0.07	0	3	28	175	0.14
7	748	0	2	4	33	0.04	0	5	31	153	0.13
$n = 50$											
1	49	0	3	38	480	1.30	0	3	9	41	0.11
3	297	0	3	38	488	1.33	0	3	9	42	0.11
4	9920	0	3	38	490	1.34	0	3	9	44	0.12
5	348.6	0	3	38	500	1.37	0	3	9	46	0.12
6	85864	0	3	38	488	1.33	0	3	9	47	0.13
7	85748	0	3	38	519	1.39	0	3	9	49	0.13
$n = 80$											
1	79	0	2	517	13218	76.51	0	3	9	42	0.20
2	80	1.2376	11	34050	861256	5797.17	0	4	10	55	0.28
3	477	1.2376	2	32320	812545	5507.50	0	3	9	43	0.21
4	15890	1.2377	2	32799	831503	5555.17	0	3	9	45	0.22
5	559.8	1.2375	2	37725	954789	6301.06	0	3	9	47	0.24
6	$3.5 \cdot 10^5$	1.2376	2	34548	869573	5797.55	0	3	9	49	0.26
7	$3.5 \cdot 10^5$	1.2377	2	32956	835559	5565.11	0	3	9	52	0.27
$n = 100$											
1	99	1.4142	1	39803	1271477	12418.25	0	3	9	44	0.31
2	100	3.7414	3	43686	1398924	13877.83	0	4	10	54	0.39
3	597	1.5982	1	39803	1263174	12330.02	0	3	9	45	0.32
4	19870	1.7698	1	39803	1266098	13063.29	0	3	9	47	0.34
5	700.6	1.4142	1	39803	1264909	12118.20	0	3	9	49	0.35
6	$6.8 \cdot 10^5$	1.5394	1	39803	1273910	12475.47	0	3	9	51	0.40
7	$6.8 \cdot 10^5$	1.7698	1	39803	1270359	12465.02	0	3	9	55	0.41

Таблица 7. Сравнение эффективности аппроксимаций для задачи ( $\mathcal{P}_2$ )

#	$F(x_0^{(\#)})$	$\mathcal{A}_1$					$\mathcal{A}_2$				
		$F(z)$	<i>itr</i>	<i>loc</i>	<i>PL</i>	<i>T</i>	$F(z)$	<i>itr</i>	<i>loc</i>	<i>PL</i>	<i>T</i>
$n = 10$											
1	12	<b>0</b>	2	4	37	0.04	<b>0</b>	3	6	51	0.06
4	84	<b>0</b>	2	4	46	0.05	<b>0</b>	3	6	61	0.07
7	60.3	<b>0</b>	2	4	10	0.01	<b>0</b>	2	5	23	0.03
$n = 50$											
1	48	<b>0</b>	2	4	11	0.03	<b>0</b>	3	6	15	0.04
3	297	<b>0</b>	2	4	13	0.04	<b>0</b>	3	6	17	0.05
4	444	<b>0</b>	2	4	13	0.04	<b>0</b>	2	5	15	0.04
6	7725.5	<b>0</b>	2	4	16	0.05	<b>0</b>	2	5	18	0.05
7	4190.5	<b>0</b>	2	4	15	0.05	<b>0</b>	2	5	17	0.05
$n = 80$											
1	75	<b>0</b>	2	4	11	0.06	<b>0</b>	3	6	16	0.08
3	477	<b>0</b>	2	4	13	0.07	<b>0</b>	3	6	18	0.09
4	714	<b>0</b>	2	4	13	0.07	<b>0</b>	2	5	16	0.08
6	21108	<b>0</b>	2	4	15	0.11	<b>0</b>	2	5	20	0.12
7	17226	<b>0</b>	2	4	16	0.09	<b>0</b>	2	5	19	0.11
$n = 100$											
1	93	<b>0</b>	2	4	12	0.08	<b>0</b>	3	6	16	0.11
3	597	<b>0</b>	2	4	14	0.10	<b>0</b>	3	6	18	0.13
4	894	<b>0</b>	2	4	14	0.11	<b>0</b>	2	5	16	0.12
6	37555	<b>0</b>	2	4	18	0.15	<b>0</b>	2	5	20	0.16
7	33633	<b>0</b>	2	4	17	0.14	<b>0</b>	2	5	19	0.15



Таблица 8. Сравнение эффективности аппроксимаций для задачи ( $\mathcal{P}_3$ )

#	$F(x_0^{(\#)})$	$\mathcal{A}_1$					$\mathcal{A}_2$				
		$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$
$n = 10$											
2	1	0.0153	55	2985	119741	286.86	0	3	6	28	0.08
3	1800	0.0151	54	3021	128630	304.38	0	3	6	29	0.05
4	9	0.0174	87	2606	87701	215.40	0	3	6	29	0.07
5	2180.2	0.0175	53	2944	116246	276.20	0	3	6	27	0.07
6	92850	0.0174	85	2787	98451	237.46	0	3	6	59	0.13
7	4050	0.0174	87	2606	87701	214.54	0	3	6	29	0.07
$n = 50$											
2	1	0.8115	9	18815	2029581	16501.65	0	3	6	23	0.25
3	49000	0.8607	11	18582	2038013	16133.50	0	3	6	27	0.39
4	9	0.8535	12	18511	2061799	16419.36	0	3	6	24	0.24
5	$5.9 \cdot 10^4$	0.8546	18	17975	1840990	14476.65	0	3	6	26	0.34
6	$6.2 \cdot 10^7$	0.8535	12	18511	2061799	16646.02	0	3	6	24	0.25
7	600250	0.8535	12	18511	2061799	16545.58	0	3	6	24	0.24
$n = 80$											
2	80	0.9511	2	31805	3056162	43175.71	0	3	6	26	0.47
3	477	0.9511	2	31805	3045131	43526.34	0	3	6	27	0.53
4	15890	0.9511	2	31805	3037429	43202.12	0	3	6	24	0.62
5	559.8	0.9842	3	31647	3101071	44313.79	0	3	6	26	0.51
6	$3.5 \cdot 10^5$	0.9511	2	31805	3037429	43064.84	0	3	6	24	0.62
7	$3.5 \cdot 10^5$	0.9511	2	31805	3037429	43338.24	0	3	6	24	0.62
$n = 100$											
2	1	0.9568	2	39805	3598293	74886.87	0	3	6	25	0.53
3	198000	0.9513	2	39813	3624634	75226.80	0	3	6	26	0.66
4	9	0.9569	2	39805	3477156	70122.50	0	3	6	24	0.55
5	$2.4 \cdot 10^5$	0.9967	3	39607	3533638	74228.49	0	3	6	28	0.63
6	$993 \cdot 10^6$	0.9569	2	39805	3477156	72173.03	0	3	6	24	0.55
7	$4.9 \cdot 10^6$	0.9569	2	39805	3477156	72073.78	0	3	6	24	0.55

Таблица 9. Результат тестирования АГП с аппроксимацией  $\mathcal{A}_2$  для задачи ( $\mathcal{P}_1$ )

#	$F(x_0^{(\#)})$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$	#	$F(x_0^{(\#)})$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$
$n = 100$							$n = 800$						
1	99	0	3	9	44	0.31	1	799	0	3	9	51	74.97
2	100	0	4	10	54	0.39	2	800	0	4	10	58	83.29
3	597	0	3	9	45	0.32	3	4797	0	3	9	52	75.79
4	19870	0	3	9	47	0.34	4	159170	0	3	9	54	76.76
5	700.6	0	3	9	49	0.35	5	5628.6	0	3	9	56	79.74
6	676714	0	3	9	51	0.40	6	$3.4 \cdot 10^8$	0	4	10	61	85.89
7	676498	0	3	9	55	0.41	7	$3.4 \cdot 10^8$	0	4	10	61	84.94
$n = 500$							$n = 1000$						
1	499	0	3	9	49	17.93	1	999	0	3	9	52	3288.57
2	500	0	4	10	75	28.51	2	1000	0	4	10	71	4864.92
3	2997	0	3	9	50	18.36	3	5997	0	3	9	53	3323.70
4	99470	0	3	9	52	19.18	4	198970	0	3	9	55	3472.00
5	3516.6	0	3	9	54	20.18	5	7036.6	0	3	9	57	3704.90
6	$8.4 \cdot 10^7$	0	4	10	73	27.65	6	$6.7 \cdot 10^8$	0	4	10	168	12951.29
7	$8.4 \cdot 10^7$	0	4	10	73	27.75	7	$6.7 \cdot 10^8$	0	4	10	168	14844.03

Таблица 10. Результат тестирования АГП с аппроксимацией  $\mathcal{A}_2$  для задачи ( $\mathcal{P}_2$ )

#	$F(x_0^{(\#)})$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$	#	$F(x_0^{(\#)})$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$
$n = 100$							$n = 800$						
1	93	0	3	6	16	0.11	1	723	0	3	6	22	30.05
3	597	0	3	6	18	0.13	3	4797	0	3	6	24	33.14
4	894	0	2	5	16	0.12	4	7194	0	2	5	22	30.07
6	37555	0	2	5	20	0.16							
7	33633	0	2	5	19	0.15							
$n = 500$							$n = 1000$						
1	453	0	3	6	20	7.30	1	903	0	3	6	22	1275.03
3	2997	0	3	6	22	7.97	3	5997	0	3	6	24	1591.51
4	4494	0	2	5	20	7.38	4	8994	0	2	5	22	1390.47
6	$4.2 \cdot 10^6$	0	2	5	26	9.91							
7	$4.2 \cdot 10^6$	0	3	6	16	5.79							

**Таблица 11.** Результат тестирования АГП с аппроксимацией  $\mathcal{A}_2$  для задачи  $(\mathcal{P}_3)$

#	$F(x_0^{(\#)})$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$	#	$F(x_0^{(\#)})$	$F(z)$	$itr$	$loc$	$PL$	$T$
$n = 100$							$n = 800$						
2	1	0	3	6	25	0.53	2	1	0	4	8	28	47.01
3	$198 \cdot 10^3$	0	3	6	26	0.66	3	$1.3 \cdot 10^7$	0	3	6	24	39.13
4	9	0	3	6	24	0.55	4	9	0	3	6	24	39.05
5	239582.2	0	3	6	28	0.63	5	$1.5 \cdot 10^7$	0	3	6	26	41.27
6	$993 \cdot 10^6$	0	3	6	24	0.55	6	$4.1 \cdot 10^{12}$	0	3	6	24	39.37
7	$4.9 \cdot 10^6$	0	3	6	24	0.55	7	$2.5 \cdot 10^9$	0	3	6	24	39.13
$n = 500$							$n = 1000$						
2	1	0	3	6	23	12.75	2	1	0	3	6	23	1451.44
3	$499 \cdot 10^4$	0	3	6	24	13.06	3	$1.9 \cdot 10^7$	0	3	6	29	2246.05
4	9	0	3	6	24	13.12	4	9	0	3	6	24	1681.57
5	6037902.2	0	3	6	27	14.04	5	$2.4 \cdot 10^7$	0	3	6	24	1502.72
6	$624.1 \cdot 10^9$	0	3	6	24	13.07	6	$9.9 \cdot 10^{12}$	0	3	6	24	1651.47
7	$622.5 \cdot 10^9$	0	3	6	24	13.10	7	$6.2 \cdot 10^8$	0	3	6	24	1535.96