ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 27 № 3 2021

УДК 517.977

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ СИЛЫ ТЯГИ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ВЕДУЩИХ КОЛЕС[1]

С. А. Решмин

Система уравнений прямолинейного движения транспортного средства дополнена уравнениями, описывающими процессы, протекающие в двигателе внутреннего сгорания. В результате в явном виде введено управление, пропорциональное индикаторному давлению в цилиндрах. Сформулирована задача оптимального разгона при наличии ограничений на управление. При этом также учтены механические потери, возникающие из-за вязкого трения внутри двигателя. Показано, что моменты, подаваемые с межколесного дифференциала на колесную пару, идут в основном на создание тяги. Эта особенность приводит к значительной и резкой потере максимально возможной средней силы тяги во время разгона транспортного средства при случайно возникших несимметричных или несинхронных колебаниях ведущих колес в вертикальной плоскости. Оказалось, что при колебаниях колес в противофазе и с периодическими отрывами от поверхности дороги возможна практически полная потеря тяги в идеальных дорожных условиях. Проведена аналогия с другими известными подобными явлениями, связанными в основном со свойствами межколесного дифференциала. Отмечена серьезная опасность этого редко возникающего эффекта. Указаны дополнительные необходимые условия его возникновения.

Ключевые слова: автомобили, ведущие колеса, несимметричные колебания, оптимальное ускорение, межколесный дифференциал, сила тяги, трение, проскальзывание, двигатель внутреннего сгорания.

S. A. Reshmin. Qualitative analysis of the traction of a vehicle under asymmetric vibrations of the driving wheels.

A system of equations describing the rectilinear motion of a vehicle is supplemented with equations for the processes occurring in the internal combustion engine. As a result, a control proportional to the indicator pressure in the cylinders is explicitly introduced. The problem of optimal acceleration in the presence of constraints on the control is formulated. The mechanical losses due to viscous friction inside the engine are taken into account. It is shown that the moments passed from the inter-wheel differential to the wheel pair mainly contribute to the creation of traction. This leads to a significant and sharp loss of the maximum possible average traction during the acceleration of the vehicle when asymmetric or asynchronous vibrations of the driving wheels occur accidentally in the vertical plane. It turned out that when the wheels vibrate in opposite phases and periodically detach from the road surface, an almost complete loss of traction is possible in ideal road conditions. An analogy is drawn with other known similar phenomena related mainly to the properties of the inter-wheel differential. The serious danger of this rarely occurring effect is noted. Additional necessary conditions for its occurrence are specified.

Keywords: cars, driving wheels, asymmetric vibrations, optimal acceleration, inter-wheel differential, traction, friction, slippage, internal combustion engine.

MSC: 70E55

DOI: 10.21538/0134-4889-2021-27-3-172-179

Введение

Управляемые механические системы, состоящие из многих твердых тел, упругих элементов, демпферов, во многих случаях слишком сложны для анализа и моделирования. Даже на конечном интервале времени из-за действия сил трения, возмущений и других неопределенных факторов могут возникать неожиданные режимы движения, не обладающие желаемыми свойствами оптимальности. Проиллюстрируем это на конкретном примере. При быстром разгоне транспортного средства из-за проскальзывания ведущих колес возможен эффект, связанный с нарастанием колебаний колес в вертикальной плоскости и их последующим незатуханием. Как

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 18-11-00307, https://rscf.ru/project/18-11-00307/).

показано далее, при наличии межколесного дифференциала [1] колеса — в редких случаях — взаимодействуют с дорогой так, что автомобиль не в состоянии двигаться вперед практически в идеальных условиях. Решение этой проблемы важно для обеспечения безопасности движения обычных автомобилей, управляемых водителями, и в особенности беспилотных автомобилей, разработка которых интенсивно ведется во многих промышленно развитых странах.

Перечислим некоторые положительные и отрицательные свойства межколесного дифференциала. Известно, что он уравнивает крутящие моменты на ведущих колесах и позволяет им вращаться с разной угловой скоростью. Из-за этого снижается негативное влияние трения на колеса переднеприводного автомобиля, а именно уменьшается их износ и улучшается управляемость. Однако если система блокировки дифференциала отсутствует, то возникает серьезный недостаток, который проявляется в существенной потере тяги в различных стандартных ситуациях при наличии несимметрии в условиях движения: при резком повороте или повороте на большой скорости; при движении с большим креном вдоль линий уровня кюветов, склонов, оврагов, гор; при проскальзывании одного из колес в колее с водой летом или в углублении со льдом зимой; при подвисании одного из колес в воздухе на неровной дороге и т. д.

1. Описание системы. Уравнения движения

Рассмотрим переднеприводное транспортное средство, имеющее неблокируемый межколесный дифференциал [1] и не снабженное какими-либо электронно-механическими средствами, которые предотвращают пробуксовку.

Индикаторной мощностью N_i называют мощность, развиваемую рабочим телом внутри цилиндров двигателя. Для определения индикаторной мощности двигателя необходимо знать среднее индикаторное давление p_i, т. е. такое условное постоянное по величине давление, которое, действуя на поршень в течение только одного такта сгорание-расширение, могло бы совершить работу, равную работе газов в цилиндре за весь цикл. Имеет место следующая формула [2, с. 52]:

$$N_i = \frac{2p_i V_h n i}{j}. \tag{1.1}$$

Здесь V_h — рабочий объем цилиндра, м^3; n — частота вращения коленчатого вала, с$^{-1}$; i — число цилиндров (в большинстве случаев $i = 4$); j — число тактов, приходящихся на один цикл (для четырехтактных двигателей $j = 4$).

В механические включаются потери на преодоление трения поршней в цилиндрах, трения в подшипниках, насосные потери (на осуществление процессов впуска и выпуска), потери, связанные с работой на привод вспомогательных механизмов (распределительный механизм, масляный, водяной и топливный насосы, вентиляционные потери и др.). Мощность механических потерь зависит в основном от частоты вращения вала двигателя. С ее увеличением мощность механических потерь $N_{\text{М}}$ увеличивается по закону [2, с. 239]

$$N_{\text{М}} = Cn^2, \tag{1.2}$$

где C — некоторая положительная постоянная.

Обозначим через M момент сил, подаваемый на ведомую шестерню межколесного дифференциала, через ω — угловую скорость ее вращения, а через J_e — приведенный к ведущим колесам момент инерции движущихся частей двигателя (см. [3]). Тогда

$$(M + J_e\dot{\omega})\omega = N_i - N_{\text{М}}, \quad \omega = \frac{n}{k}, \tag{1.3}$$

где k — некоторый передаточный коэффициент (потерями в трансмиссии и инерцией ее частей пренебрегаем ради простоты изложения). После подстановки (1.1), (1.2) в (1.3) и сокращения обеих частей на ω получим

$$M = \frac{2p_i V_h k i}{j} - Ck^2\omega - J_e\dot{\omega}. \tag{1.4}$$

Первое слагаемое в (1.4) будем рассматривать как ограниченный управляющий параметр, определяемый в основном действиями водителя. Предполагаем, что в нем индикаторное давление p_i не сильно зависит от угловой скорости ω, а определяется, например, степенью открытия дроссельной заслонки и другими факторами. Второе слагаемое в (1.4) представляет собой аналог силы вязкого трения, причем в нем

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \tag{1.5}$$

где ω_1, ω_2 — угловые скорости вращения полуосевых шестерен, которые в свою очередь равны угловым скоростям вращения ведущих колес. Входящий в (1.4) коэффициент передачи k зависит от включенной скорости коробки передач, но для определенности считаем, что он постоянен на начальном этапе разгона.

Введем обозначения:

$$u = \frac{2p_iV_hki}{j}, \quad c = Ck^2.$$

Тогда уравнение (1.4) с учетом (1.5) примет вид

$$M = u - \frac{c}{2}(\omega_1 + \omega_2) - \frac{J_e}{2}(\dot\omega_1 + \dot\omega_2). \tag{1.6}$$

Теперь составим уравнения движения транспортного средства. При этом учитываем, что согласно основному свойству межколесного дифференциала вращающие моменты на ведущих колесах одинаковы, т. е. делят поровну момент M, поступающий на дифференциал. Имеем

$$J_w\dot\omega_1 = M(t)/2 - RF_1(t), \tag{1.7}$$

$$J_w\dot\omega_2 = M(t)/2 - RF_2(t), \tag{1.8}$$

$$m\dot v = F_1(t) + F_2(t). \tag{1.9}$$

Здесь J_w — момент инерции колеса; R — радиус колеса, который считается постоянным; $F_1(t)$ и $F_2(t)$ — сила тяги первого и второго ведущих колес соответственно, которая определяется из закона Амонтона — Кулона; m — масса автомобиля; v — скорость автомобиля. Вращением задних колес и другими второстепенными эффектами пренебрегаем. Используя равенство (1.6), исключим M из системы (1.7)–(1.9):

$$\Big(J_w + \frac{J_e}{4}\Big)\dot\omega_1 + \frac{J_e}{4}\dot\omega_2 = \frac{u}{2} - \frac{c}{4}(\omega_1 + \omega_2) - RF_1(t), \tag{1.10}$$

$$\frac{J_e}{4}\dot\omega_1 + \Big(J_w + \frac{J_e}{4}\Big)\dot\omega_2 = \frac{u}{2} - \frac{c}{4}(\omega_1 + \omega_2) - RF_2(t), \tag{1.11}$$

$$m\dot v = F_1(t) + F_2(t). \tag{1.12}$$

Будем исследовать ее динамику при ограничениях

$$0 \le u(t) \le u_0, \tag{1.13}$$

где постоянная u_0 характеризует предельные возможности управления. Для того чтобы в каждый момент времени хотя бы одно из двух ведущих колес вырабатывало свою максимальную возможную тягу, пропорциональную силе нормальной реакции (при движении с проскальзыванием или на грани проскальзывания), эта постоянная должна быть не слишком мала. Тогда, как показано далее, максимальная интенсивность ускорения будет зависеть в основном от сил нормальных реакций и на нее не будут существенно влиять вид управления, характеристики и предельные возможности двигателя.

Отметим, что система (1.10)–(1.12) является системой с дефицитом управляющих параметров (*underactuated system*). Для нее характерно наличие перекрестных связей между разными степенями свободы.

2. Оптимальный разгон. Постановка задачи управления

Далее рассмотрим несколько режимов интенсивного старта с возможным проскальзыванием и колебаниями ведущих колес в вертикальной плоскости, причем вид этих колебаний постепенно усложняется по мере их рассмотрения. Предполагаем, что возникающие колебания — периодические и установившиеся, хотя на самом деле на коротких интервалах времени их амплитуда нарастает из-за накачки энергией. Иными словами, короткие переходные процессы не рассматриваем; считаем, что действующие на колеса крутящие моменты не влияют на силы нормальной реакции дороги, которые обозначены далее как $N_1(t)$, $N_2(t)$. При этом если обе функции одинаковы, то нижний индекс не ставится.

Отметим, что плоские колебания колес хорошо описываются упрощенной двухмассовой моделью передней стойки [4]. Предполагаем, что продольные колебания колесных дисков относительно корпуса полностью отсутствуют из-за большой жесткости соответствующих элементов подвески; крутильная упругость шин тоже велика. Это означает, что действие крутящих моментов с полуосей колес может мгновенно передаваться на создание тяги в случае контакта колеса с дорогой. Также считаем, что механические потери в двигателе, характеризуемые постоянной c, относительно велики.

Сформулируем задачу оптимального управления. В каждом из указанных режимов требуется определить максимально возможную в некотором смысле интенсивность разгона (ускорения автомобиля) при условии, что сила нормальной реакции для каждого колеса задана в виде непрерывной кусочно-гладкой функции времени. При этом в случае периодического отрыва колеса от дороги соответствующая функция имеет чередующиеся участки, где она либо равна нулю, либо положительна (и имеет ограниченную производную) с четко выраженными пиками на графике. В качестве управления выступает пропорциональная индикаторному давлению величина $u(t)$. Назовем управление допустимым, если оно является кусочно-непрерывной функцией времени и удовлетворяет ограничению (1.13). Цель управления — максимизация суммарной средней тяги в процессе всего разгона:

$$\overline{F_1(t)} + \overline{F_2(t)} \to \max,$$

где $F_1(t)$ и $F_2(t)$ — сила тяги первого и второго ведущих колес соответственно, черта сверху означает усреднение на некотором достаточно большом заданном интервале времени, который намного больше периода колебаний колес. В начальный момент времени считаем равными нулю смещение по горизонтали центра масс системы, а также горизонтальную составляющую его вектора скорости.

3. Анализ управляемых движений

В данном разделе полагаем, что управление принимает свое максимальное допустимое значение:

$$u(t) \equiv u_0. \tag{3.1}$$

3.1. Синхронные колебания двух ведущих колес

В случае синхронных колебаний двух ведущих колес переднеприводного транспортного средства их максимальная сила тяги определяется из закона Амонтона — Кулона:

$$F_1^{\max}(t) = F_2^{\max}(t) = fN(t),$$

где f — коэффициент сухого трения, который считаем постоянным, $N(t)$ — сила нормальной реакции, которая для обоих колес предполагается одинаковой и периодической — с периодом T.

Здесь и далее все равенства выполнены с некоторой точностью. Средняя максимальная сила тяги каждого колеса остается такой же, как и при отсутствии колебаний:

$$\overline{F_1^{\max}} = \overline{F_2^{\max}} = f\overline{N(t)} = \frac{f}{T}\int\limits_0^T N(t)dt = f\varkappa mg, \quad 0 < \varkappa < \frac{1}{2}, \tag{3.2}$$

где $\varkappa$ — постоянный коэффициент, задающий вес машины $\varkappa mg$, приходящийся на одно колесо. Поэтому данный, хорошо известный режим, не является проблемным или опасным.

Исследуем свойства крутящих моментов $M(t)/2$, подаваемых на колеса. Сначала почленно сложим уравнения (1.10) и (1.11) при условии (3.1):

$$J\dot{\omega} = u_0 - c\omega - 2fRN(t), \quad J = 2J_w + J_e. \tag{3.3}$$

Интегрируя (3.3), получим

$$\omega(t) = \frac{u_0}{c} + \exp\Big(-\frac{ct}{J}\Big)\Big[\omega_0 - \frac{u_0}{c} - \frac{2fR}{J}\int\limits_0^t \exp\Big(\frac{c\tau}{J}\Big)N(\tau)d\tau\Big]. \tag{3.4}$$

Здесь ω_0 — некоторая начальная угловая скорость вращения колес; без ограничения общности начальный момент выбран нулевым.

Проанализируем выражение (3.4) в двух разных случаях. Если на всем отрезке времени $[0,t]$ движение происходит с отрывом колес, то $N(\tau) \equiv 0$. Поэтому

$$\omega(t) = \frac{u_0}{c} + \Big(\omega_0 - \frac{u_0}{c}\Big)\exp\Big(-\frac{ct}{J}\Big).$$

Модуль второго слагаемого экспоненциально уменьшается, и через короткий промежуток времени будет выполнено приближенное равенство

$$\omega(t) \approx \frac{u_0}{c}.$$

Если на всем отрезке времени $[0,t]$ движение происходит при контакте колес с основанием, то $N(\tau) > 0$, причем $|dN(\tau)/d\tau| \le b$, где b — некоторая постоянная. Применяя процедуру интегрирования по частям, из (3.4) имеем

$$\omega(t) = \frac{1}{c}\Big[u_0 - 2fRN(t)\Big] + \Big[\omega_0 - \frac{u_0}{c} + \frac{2fRN(0)}{c}\Big]\exp\Big(-\frac{ct}{J}\Big) + \eta, \tag{3.5}$$

$$\eta = \frac{2fR}{c}\exp\Big(-\frac{ct}{J}\Big)\int\limits_0^t \Big[\frac{dN(\tau)}{d\tau}\Big]\exp\Big(\frac{c\tau}{J}\Big)d\tau.$$

Модуль второго слагаемого экспоненциально уменьшается. Оценим третье слагаемое в (3.5):

$$|\eta| \le \frac{2fRb}{c}\exp\Big(-\frac{ct}{J}\Big)\int\limits_0^t \exp\Big(\frac{c\tau}{J}\Big)d\tau = \frac{2fJRb}{c^2}\Big[1 - \exp\Big(-\frac{ct}{J}\Big)\Big] < \frac{2fJRb}{c^2}.$$

Полученная оценка достаточно мала при значительном коэффициенте c. Следовательно, через короткий промежуток времени будет выполнено приближенное равенство

$$\omega(t) \approx \frac{1}{c}\left[u_0 - 2fRN(t)\right].$$

Таким образом, в обоих случаях практически во все моменты времени ресурсы каждого из крутящих моментов, определяемых равенством $M/2 = (u_0 - c\omega - J_e\dot{\omega})/2$, расходуются в основном на создание силы тяги $fRN(t)$ соответствующего колеса. Длительность интервалов времени, когда приближенное равенство $M(t)/2 \approx fRN(t)$ не выполнено, незначительна.

3.2. Колебания одного ведущего колеса

Проблемы со средней тягой возникают в случае несимметрии, например при колебаниях только одного колеса. Пусть колеблется только второе колесо:

$$N_1(t) \equiv \varkappa mg, \quad N_2(t) \neq \text{const} \quad (\overline{N_2(t)} = \varkappa mg). \tag{3.6}$$

Можно показать, что и в этом (несимметричном) случае моменты, передаваемые с дифференциала на колеса, идут в основном на создание тяги. Кроме того, эти моменты должны быть одинаковыми согласно основному свойству межколесного дифференциала (трением внутри дифференциала пренебрегаем). Таким образом, полагаем $M(t)/2 \approx RF_1(t) \approx RF_2(t)$ и приходим к следующей задаче оптимизации:

$$F_1(t) = F_2(t), \quad F_1(t) \leq fN_1(t), \quad F_2(t) \leq fN_2(t),$$

$$F_1(t) \to \max, \quad F_2(t) \to \max\,.$$

Ее решение сводится к соотношению

$$F_1^{\max}(t) = F_2^{\max}(t) = fN_{\min}(t), \quad N_{\min}(t) = \min[N_1(t), N_2(t)], \tag{3.7}$$

из которого при условии (3.6) следует существенное уменьшение средней тяги по сравнению с рассмотренным выше случаем (3.2):

$$\overline{F_1^{\max}} = \overline{F_2^{\max}} < f\varkappa mg.$$

Действительно, график $N_{\min}(t)$ получается из $N_2(t)$ путем срезки всех пиков до величины $\varkappa mg$, из-за чего площадь под графиком значительно уменьшается. Если развитие подобных колебаний происходит быстро, то это приводит к резкой частичной потере средней тяги.

3.3. Колебания двух ведущих колес в противофазе

Рассмотрим теперь периодические колебания обоих колес, такие что соответствующие силы нормальной реакции сдвинуты по фазе на половину периода T:

$$N_1(t) \equiv N_2(t - T/2), \tag{3.8}$$

причем $N_2(t)$ имеет вид, аналогичный тому, который рассматривался ранее (см. (3.6)). Интенсивность колебаний настолько высока, что происходит отрыв колес от поверхности.

Теорема. *Пусть функции N_1 и N_2 таковы, что*

1) *выполнено условие колебаний в противофазе* (3.8);

2) *у каждой из них длительность временных участков, на которых происходит обращение в нуль, превосходит половину периода T или немного меньше.*

Тогда средняя тяга почти пропадает:

$$\overline{F_1^{\max}} = \overline{F_2^{\max}} \ll f\varkappa mg. \tag{3.9}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Ширина оснований пиков графиков $N_1(t)$ и $N_2(t)$, построенных в общих осях, достаточно мала и они не перекрываются или перекрываются слабо. Применяя формулу (3.7), справедливую и в этом случае, получим (3.9). □

В результате транспортное средство будет практически стоять на месте. При этом ведущие колеса будут интенсивно колебаться в вертикальной плоскости и вращаться. Для дальнейшего движения потребуется остановить процесс вращения колес, дождаться затухания колебаний и снова начать старт. Это оборачивается потерей нескольких секунд и может привести к аварии в ситуациях, требующих наискорейшего разгона.

Заключение

Исследованы режимы движения транспортного средства с проскальзыванием и колебаниями ведущих колес во время интенсивного старта. Объяснен физический механизм возможного резкого и значительного уменьшения среднего ускорения. Отмечена серьезная опасность этого редко возникающего эффекта, так как реальная тяга может оказаться намного меньше ожидаемой.

Больше всего указанный эффект потери тяги напоминает обычную ситуацию, когда имеется постоянное подвисание в воздухе одного из ведущих колес из-за неровности основания. Тяга при этом с самого начала отсутствует, и старт невозможен. Однако в исследуемом случае колеса находятся в воздухе попеременно, причем на ровной дороге. Иными словами, всегда или почти всегда одно из колес находится в состоянии отрыва после развития интенсивных и незатухающих вертикальных колебаний в противофазе.

Данная работа продолжает исследование [5]. Отличие состоит в том, что в указанной работе использовались энергетические соображения для объяснения указанного эффекта потери тяги. Теперь в явном виде введены управляющие параметры и учтены механические потери в двигателе. Поэтому уравнения (1.10)–(1.12) могут быть использованы совместно с уравнениями, описывающими колебания ведущих колес (в рамках двухмассовой модели передней стойки) и их контакт с дорогой (в соответствии с законом Амонтона — Кулона), для математического моделирования процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чудаков Е.А.** Дифференциал // Большая советская энциклопедия. 2-е изд. 1952. Т. 14. С. 498–499.
2. **Шароглазов Б.А., Фарафонтов М.Ф., Клементьев В.В.** Двигатели внутреннего сгорания: теория, моделирование и расчёт процессов: уч. пособие по курсу “Теория рабочих процессов и моделирование процессов в двигателях внутреннего сгорания”. Челябинск: Изд. Южно-Урал. гос. ун-та, 2005. 403 с.
3. **Зуев В.А., Рабинович Э.Х.** Моменты инерции частей привода автомобиля LADA 111 // Тезисы Всеукраинской научно-практической on-line конф. аспирантов, молодых ученых и студентов, посвященной Дню науки (Житомир, 10–12 мая 2016 г.). URL: https://conf.ztu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/06/39-1.pdf (дата обращения: 31.05.2021).
4. **Hao D., Zhao C., Huang Y.** A reduced-order model for active suppression control of vehicle longitudinal low-frequency vibration // Shock and Vibration. 2018. Article ID 5731347. P. 1–22. doi: 10.1155/2018/5731347.
5. **Решмин С.А.** Анализ условий потери тяги транспортного средства при интенсивном старте // Изв. РАН. ТиСУ. 2019. № 3. С. 24–33. doi: 10.1134/S000233881903017X.

Поступила 1.06.2021
После доработки 11.06.2021
Принята к публикации 28.06.2021

Решмин Сергей Александрович
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН
гл. научный сотрудник
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
г. Москва
e-mail: reshmin@ipmnet.ru

REFERENCES

1. Chudakov E.A. Differential. In: *Bol'shaya sovetskaya entsiklopediya. 2-e izd.*, 1952, vol. 14, pp. 498–499 (in Russian).

2. Sharoglazov B.A., Farafontov M.F., Klement'ev V.V. *Dvigateli vnutrennego sgoraniya: teoriya, modelirovanie i raschet protsessov* [Internal combustion engines: theory, modeling and calculation of processes]. Chelyabinsk: Yuzhno-Ural'skii Gos. Univ. Publ., 2004, 403 p. ISBN: 5-696-03268-0 .
3. Zuev V.A., Rabinovich E.Kh. Motions of inertia of gear parts of LADA 111. In: *Abstracts of the All-Ukrainian scientific and practical on-line conference of graduate students, young scientists and students dedicated to Science Day* (*Zhitomir, May 10-12, 2016*). Available on: https://conf.ztu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/06/39-1.pdf (available: 31.05.2021; in Russian).
4. Hao D., Zhao C., Huang Y. A reduced-order model for active suppression control of vehicle longitudinal low-frequency vibration. *Shock and Vibration*, 2018, vol. 2018, art. no. 5731347, 22 p. doi: 10.1155/2018/5731347 .
5. Reshmin S.A. The analysis of the loss of the traction effect during an intensive start of a vehicle. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2019, vol. 58, no. 3, pp. 349–359. doi: 10.1134/S1064230719030171 .

Received June 1, 2021
Revised June 11, 2021
Accepted June 28, 2021

Funding Agency: This work was supported by the Russian Science Foundation (project no. 18-11-00307, https://rscf.ru/project/18-11-00307/).

Sergey Aleksandrovich Reshmin, Dr. Phys.-Math. Sci., Corresponding Member of RAS, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526 Russia, e-mail: reshmin@ipmnet.ru .

Cite this article as: S. A. Reshmin. Qualitative analysis of the traction of a vehicle under asymmetric vibrations of the driving wheels, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2021, vol. 27, no. 3, pp. 172–179 .