ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 27 № 1 2021

УДК 512.542.5

О ГЛАВНЫХ ФАКТОРАХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП ГРУППЫ $B_l(2^n)$ [1]

В. В. Кораблева

Статья является продолжением работ автора, в которых было получено уточненное описание главных факторов параболической максимальной подгруппы, входящих в ее унипотентный радикал, для всех конечных простых групп лиева типа (нормальных и скрученных), за исключением группы $B_l(2^n)$. В настоящей работе приводится такое описание для группы $B_l(2^n)$. Для каждой параболической максимальной подгруппы группы $B_l(2^n)$ дается фрагмент главного ряда, входящий в унипотентный радикал этой параболической подгруппы. Приводится таблица, в которой указываются порождающие элементы соответствующих главных факторов.

Ключевые слова: конечная простая группа, группа лиева типа, параболическая максимальная подгруппа, унипотентный радикал, главный фактор, усиленная версия гипотезы Симса.

V. V. Korableva. On chief factors of parabolic maximal subgroups of the group $B_l(2^n)$.

This study continues the author's previous papers, where a refined description of the chief factors of a parabolic maximal subgroup involved in its unipotent radical was obtained for all (normal and twisted) finite simple groups of Lie type except for the group $B_l(2^n)$. In present paper, such a description is given the group $B_l(2^n)$. For every parabolic maximal subgroup of $B_l(2^n)$, a fragment of its chief series involved in the unipotent radical of this parabolic subgroup is given. Generators of the corresponding chief factors are presented in a table.

Keywords: finite simple group, group of Lie type, parabolic maximal subgroup, unipotent radical, chief factor, strong version of Sims conjecture.

MSC: 20D06, 20E28, 20E42, 17B22

DOI: 10.21538/0134-4889-2021-27-1-110-115

Введение

Одной из фундаментальных задач теории групп является изучение подгруппового строения групп. В постклассификационной теории конечных групп актуальными стали исследования подгрупп и представлений конечных простых групп. Группы лиева типа составляют основной массив конечных простых групп. Важный класс подстановочных представлений конечных групп лиева типа составляют их параболические представления, т. е. представления на смежных классах по параболическим подгруппам. В ранних работах автора было получено описание примитивных параболических подстановочных представлений всех групп лиева типа. В настоящее время продолжается изучение свойств таких представлений, а именно, изучаются главные факторы параболических максимальных подгрупп конечных простых групп лиева типа. В серии последних работ автора было получено уточненное описание главных факторов параболической максимальной подгруппы, входящих в ее унипотентный радикал, для всех конечных простых групп лиева типа (нормальных и скрученных) за исключением группы $B_l(2^n)$. В данной статье приводится такое описание для группы $B_l(2^n)$. Доказывается следующая теорема в обозначениях разд. 1.

[1]Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00456.

Теорема. *Пусть $G = B_l(q)$, где $l \geq 2$ и $q = 2^n$. Пусть $P_k = U_k L_k$ — разложение Леви параболической максимальной подгруппы P_k в G для $k \in \{1, 2, \dots l\}$. Тогда*

(1) *если $k \in \{1, l\}$, то группа U_k абелева и фрагмент главного ряда группы P_k имеет вид $U_k = Y_2 > Y_1 > 1$, где $\mid Y_2/Y_1 \mid= q^{2(l-1)}$ и $\mid Y_1 \mid= q$ при $k = 1$, $\mid Y_2/Y_1 \mid= q^l$ и $\mid Y_1 \mid= q^{l(l-1)/2}$ при $k = l$;*

(2) *если $1 < k < l$, то нижний центральный ряд группы U_k имеет вид $U_k > Y_1 > 1$ и фрагмент главного ряда группы P_k, полученный уплотнением нижнего центрального ряда ее унипотентного радикала, имеет вид $U_k = Y_3 > Y_2 > Y_1 > 1$, где $\mid Y_3/Y_2 \mid= q^{2k(l-k)}$, $\mid Y_2/Y_1 \mid= q^k$ и $\mid Y_1 \mid= q^{k(k-1)/2}$;*

(3) *главные факторы Y_3/Y_2, Y_2/Y_1 и Y_1 являются неприводимыми $GF(q)L_k$-модулями, старшие веса и размерности которых указаны в таблице.*

В конце статьи приводится таблица, в которой указываются порождающие элементы соответствующих главных факторов.

Результаты статьи будут использованы исследователями в доказательстве усиленной версии гипотезы Симса (см. [4]).

1. Обозначения и вспомогательные результаты

Определения и обозначения, связанные с группами лиева типа, взяты из [3]. Коммутатор элементов x и y группы обозначается через $[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy$. Пусть G — конечная простая группа нормального лиева типа над полем $GF(p^n)$ характеристики p, Φ — система корней группы G, $\pi = \{p_1, \dots, p_l\}$ — ее множество фундаментальных корней и Φ^+ — множество положительных корней в Φ относительно π. Известно, что для любого корня $\alpha \in \Phi$ корневая подгруппа $X_\alpha = \{x_\alpha(a) \mid a \in GF(p^n)\}$ изоморфна аддитивной группе поля $GF(p^n)$. Группа Вейля W группы G порождается отражениями r_α, $\alpha \in \Phi$.

Для линейно независимых корней $\alpha, \beta \in \Phi$ и элементов $a, b \in GF(p^n)$ справедлива коммутаторная формула Шевалле [3, теорема 5.2.2]:

$$[x_\beta(a), x_\alpha(b)] = \prod_{i,j>0} x_{i\alpha+j\beta}(C_{ij\alpha\beta}(-b)^i a^j),$$

где произведение берется в порядке возрастания $i + j$ по всем положительным целым числам i, j, для которых $i\alpha + j\beta \in \Phi$. Структурные константы $C_{ij\alpha\beta}$ определяются однозначно, и каждая из них равна ± 1, ± 2 или ± 3.

Для любого $k \in \{1, \dots, l\}$ обозначим через Φ_k множество корней из Φ, натянутых на $\pi \setminus \{p_k\}$, и положим $\Phi_k^+ = \Phi^+ \cap \Phi_k$. В группе G имеется с точностью до сопряжения l параболических максимальных подгрупп P_k, $1 \leq k \leq l$. Известно разложение Леви группы P_k: $P_k = U_k L_k$, где $U_k = \langle X_\alpha \mid \alpha \in \Phi^+ \setminus \Phi_k^+ \rangle$ — унипотентный радикал, $L_k = \langle H, X_\alpha \mid \alpha \in \Phi_k \rangle$ — дополнение Леви в P_k, а H — подгруппа Картана в G. В группе W будем рассматривать подгруппы $W_k = \langle r_\alpha \mid \alpha \in \Phi_k \rangle$, $k \in \{1, 2, \dots, l\}$.

Пусть $I \subset J \subseteq \Phi^+ \setminus \Phi_k^+$ и $Y = \langle X_\alpha \mid \alpha \in J \rangle$, $Z = \langle X_\alpha \mid \alpha \in I \rangle$ — нормальные подгруппы в P_k. Тогда фактор-группа Y/Z изоморфна $\prod X_\alpha$, где произведение берется в некотором фиксированном порядке по всем положительным корням $\alpha \in J \setminus I$. Подгруппа Леви L_k действует сопряжениями на фактор-группе Y/Z. Если $\alpha \in J \setminus I$, то положим $cx_\alpha(a)Z = x_\alpha(ca)Z$ для элементов $a, c \in GF(p^n)$. Таким образом, фактор-группа Y/Z становится $GF(p^n)L_k$-модулем.

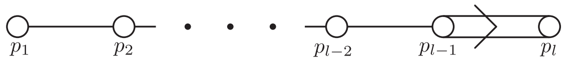
Для любого $\beta \in \Phi^+$ имеем $\beta = \beta_k + c_k p_k$, где $\beta_k = \sum_{p_i \in \pi \setminus \{p_k\}} c_i p_i$ $(0 \leqslant c_i \in \mathbb{Z})$. Следуя [1], слагаемое $c_k p_k$ называем *шейпом* корня β.

С использованием результатов [1] в работе [5] построены фрагменты главных рядов, входящие в унипотентный радикал, для каждой параболической максимальной подгруппы группы $B_l(p^n)$ для нечетного p. При $p = 2$ коммутаторные соотношения, влияющие на структуру унипотентных подгрупп, ведут себя специальным образом и требуют отдельного рассмотрения. В частности, неприводимое действие (сопряжениями) подгруппы Леви L_k на элементарной абелевой секции подгруппы U_k при нечетной характеристике поля иногда становится приводимым при четной характеристике. Это связано с тем, что параболическая подгруппа W_k группы Вейля W действует транзитивно на корнях из Φ одной длины и одного шейпа (см. [1, лемма 1]), а некоторые структурные константы в коммутаторной формуле Шевалле равны ± 2 (см. лемму ниже).

Рассмотрим систему корней Φ типа B_l с фундаментальным множеством корней

$$\pi = \{p_1, \ldots, p_l\}$$

и диаграммой Дынкина



.

При $1 \leqslant i \leqslant j \leqslant l$ обозначим положительный корень $p_i + p_{i+1} + \ldots + p_j$ из Φ через p_{ij}, в частности $p_i = p_{ii}$. Согласно [2] множество Φ^+ положительных корней состоит из элементов

$$\begin{gathered} p_1, p_{12}, \ldots, p_{1l}, p_2, p_{23}, \ldots, p_{2l}, \ldots, p_{l-1}, p_{l-1l}, p_l; \quad p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \ldots, p_{1l-1} + 2p_l, \\ p_2 + 2p_{3l}, p_{23} + 2p_{4l}, \ldots, p_{2l-1} + 2p_l, \ldots, p_{l-2} + 2p_{l-1l}, p_{l-2l-1} + 2p_l, p_{l-1} + 2p_l. \end{gathered}$$

Корни p_{1l}, p_{2l}, …, p_l из Φ^+ являются короткими корнями. Остальные положительные корни из Φ^+ длинные. Для структурных констант из коммутаторной формулы Шевалле легко доказывается лемма.

Лемма. *Структурные константы $C_{ij\alpha\beta}$ для α и β из системы корней Φ типа B_l равны ± 1, за исключением следующего случая: если α и β — короткие корни, а $\alpha + \beta$ — длинный корень, то $C_{11\alpha\beta} = \pm 2$.*

2. Доказательство теоремы

Пусть выполняются условия теоремы.

С л у ч а й $k = 1$. Имеем

$$\begin{aligned} \Phi^+ \setminus \Phi_1^+ =& \{p_1, p_{12}, \ldots, p_{1l}; p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \ldots, p_{1l-1} + 2p_l\}, \\ \Phi_1^+ =& \{p_{23}, p_{24}, \ldots, p_{2l}, p_3, p_{34}, \ldots, p_{3l}, \ldots, p_{l-1}, p_{l-1l}, p_l, p_2 + 2p_{3l}, \\ & p_{23} + 2p_{4l}, \ldots, p_{2l-1} + 2p_l, p_3 + 2p_{4l}, p_{34} + 2p_{5l}, \ldots, p_{3l-1} + 2p_l, \ldots, p_{l-1} + 2p_l\}. \end{aligned}$$

В параболической максимальной подгруппе $P_1 = U_1 L_1$, где $U_1 = \langle X_\alpha \mid \alpha \in \Phi^+ \setminus \Phi_1^+ \rangle$ и $L_1 = \langle H, X_\alpha \mid \alpha \in \Phi_1 \rangle$, все коммутаторные соотношения для корневых порождающих унипотентного радикала U_1 являются тривиальными, так как сумма любых двух корней из $\Phi^+ \setminus \Phi_1^+$ не является корнем, и поэтому U_1 — абелева группа.

Подгруппа Леви L_1 действует тривиально на подгруппу $Y_1 = X_{p_{1l}}$, и отсюда Y_1 — минимальная нормальная подгруппа в P_1. Получаем фрагмент $Y_1 > 1$ главного ряда группы P_1.

Рассмотрим подгруппу U_1/Y_1 в группе P_1/Y_1. Покажем от противного, что подгруппа L_1 действует неприводимо на фактор-группе U_1/Y_1. Пусть M — собственный $GF(2^n)L_1$-подмодуль модуля U_1/Y_1. Тогда модуль M равен прямому произведению подгрупп $X_\alpha Y_1/Y_1$ для некоторых корней $\alpha \in \Phi^+ \setminus (\Phi_1^+ \cup \{p_{1l}\})$. Можно выбрать неортогональные корни $\beta, \delta \in \Phi^+ \setminus (\Phi_1^+ \cup \{p_{1l}\})$ такие, что $X_\beta Y_1/Y_1 \in M$ и $X_\delta Y_1/Y_1 \notin M$. Тогда $r_\delta(\beta) = \beta - (2(\beta, \delta)/(\delta, \delta))\delta = \beta - \delta = w \in \Phi_1$, поскольку β, δ имеют одинаковую длину и $\beta + \delta$ не является корнем (см. [2, VI, § 1, с. 184]). Имеем включение $[X_\beta, X_{-w}]Y_1 \geq X_\delta Y_1$. Получили противоречие с L_1-инвариантностью модуля M.

Имеем фрагмент $U_1 > Y_1 > 1$ главного ряда группы P_1, содержащийся в унипотентном радикале U_1.

С л у ч а й $1 < k < l$. Имеем

$$\begin{aligned}\Phi^+ \setminus \Phi_k^+ = \{&p_{1k}, p_{1k+1}, \dots, p_{1l}, p_{2k}, p_{2k+1}, \dots, p_{2l}, \dots, p_k, p_{kk+1}, \dots, p_{kl},\\ &p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \dots, p_{1l-1} + 2p_l, p_2 + 2p_{3l}, p_{23} + 2p_{4l}, \dots, p_{2l-1} + 2p_l, \dots,\\ &p_k + 2p_{k+1l}, p_{kk+1} + 2p_{k+2l}, \dots, p_{kl-1} + 2p_l\},\\ \Phi_k^+ = \{&p_1, p_{12}, \dots, p_{1k-1}, p_2, p_{23}, \dots, p_{2k-1}, \dots, p_{k-1}, p_{k+1}, p_{k+1k+2}, \dots, p_{k+1l}, \dots, p_{l-1}, p_{l-1l},\\ &p_l, p_{k+1} + 2p_{k+2l}, p_{k+1k+2} + 2p_{k+3l}, \dots, p_{k+1l-1} + 2p_l, \dots p_{l-1} + 2p_l\}.\end{aligned}$$

Приведем полный список нетривиальных коммутаторных соотношений для корневых порождающих $x_\alpha(a)$ унипотентного радикала U_k, вытекающих из коммутаторной формулы Шевалле $(a, b \in GF(2^n))$:

$$[x_{p_{ij}}(a), x_{p_{mj}+2p_{j+1l}}(b)] = x_{p_{im-1}+2p_{ml}}(\pm ab), \quad k \le j \le l-1, 1 \le i \le k, 1 \le m \le k, i+1 \le m \le j;$$
$$[x_{p_{sj}}(a), x_{p_{ij}+2p_{j+1l}}(b)] = x_{p_{is-1}+2p_{sl}}(\pm ab), \quad k \le j \le l-1, 1 \le i \le k, 1 \le i < s \le k.$$

Рассмотрим множество $A = \{p_1+2p_{2l}, p_{12}+2p_{3l}, \dots, p_{1k-1}+2p_{kl}, p_2+2p_{3l}, p_{23}+2p_{4l}, \dots, p_{2k-1}+2p_{kl}, \dots, p_{k-1} + 2p_{kl}\}$ и положим $Y_1 = \langle X_\alpha \mid \alpha \in A\rangle$.

Из коммутарных соотношений в группе U_k следует, что подгруппа Y_1 является коммутантом группы U_k. Все корни в множестве A длинные, поэтому согласно лемме коммутаторные соотношения корневых порождающих из группы L_k с корневыми порождающими из подгруппы Y_1 одинаковы над полями четной и нечетной характеристик. Из работы [5] следует, что L_k действует неприводимо на Y_1. Получаем фрагмент $Y_1 > 1$ главного ряда группы P_k.

Множество $\Phi^+ \setminus (\Phi_k^+ \cup A)$ состоит из корней, имеющих шейп p_k. Рассмотрим фактор-группу $Y_2/Y_1 = \prod_\alpha X_\alpha Y_1/Y_1$, где $\alpha \in \{p_{1l}, p_{2l}, \dots, p_{kl}\}$. Действие группы L_k на фактор-группе Y_2/Y_1 задается следующими нетривиальными коммутаторными соотношениями $(a, b \in GF(2^n))$:

$$[x_{p_{il}}(a), x_{p_{ji-1}}(b)]Y_1 = x_{p_{jl}}Y_1, \quad [x_{p_{jl}}(a), x_{-p_{ji-1}}(b)]Y_1 = x_{p_{il}}Y_1, \quad 2 \le i \le k, \quad 1 \le j \le i-1,$$

поэтому L_k действует неприводимо на Y_2/Y_1. Получаем фрагмент $Y_2 > Y_1$ главного ряда группы P_k.

Рассмотрим подгруппу U_k/Y_2 в группе P_k/Y_2. Покажем от противного, что подгруппа L_k действует неприводимо на U_k/Y_2. Пусть M — собственный $GF(2^n)L_k$-подмодуль модуля U_k/Y_2. Тогда модуль M равен прямому произведению подгрупп $X_\alpha Y_2/Y_2$ для некоторых длинных корней α, имеющих шейп p_k. Выберем длинные корни β, δ наименьшей высоты с шейпом p_k такие, что $X_\beta Y_2/Y_2 \in M$, и $X_\delta Y_2/Y_2 \notin M$. Из доказательства [1, лемма 1] и свойств корней из [2, VI, § 1, с. 184] следует, что $2(\beta,\delta)/(\delta,\delta) = 1$. Имеем $r_\delta(\beta) = \beta - (2(\beta,\delta)/(\delta,\delta))\delta = \beta - \delta = w \in \Phi_k$ и $[X_\beta, X_{-w}]Y_1 \ge X_\delta Y_1$ и приходим к противоречию с L_k-инвариантностью модуля M.

Получаем последний фрагмент $U_k > Y_2$ главного ряда группы P_k, входящий в U_k.

С л у ч а й $k = l$. Имеем

$$\begin{aligned}\Phi^+ \setminus \Phi_l^+ = \{&p_{1l}, p_{2l}, \dots, p_{l-1l}, p_l,\\ &p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \dots, p_{1l-1} + 2p_l, p_2 + 2p_{3l}, p_{23} + 2p_{4l}, \dots, p_{2l-1} + 2p_l, \dots, p_{l-1} + 2p_l\},\\ \Phi_l^+ = \{&p_1, p_{12}, \dots, p_{1l-1}, p_2, p_{23}, \dots, p_{2l-1}, \dots, p_{l-1}\}.\end{aligned}$$

Сумма двух длинных корней и сумма короткого и длинного корней из $\Phi^+ \setminus \Phi_l^+$ не являются корнями, а коммутарные соотношения корневых элементов, соответствующих коротким корням, согласно лемме тривиальны, поэтому в подгруппе U_l нет нетривиальных коммутаторных соотношений, т. е. она абелева.

Главные факторы параболических максимальных подгрупп в $B_l(2^n)$

P_k	Y_{i+1}/Y_i	Корни $\alpha : Y_{i+1}/Y_i = \prod_\alpha X_\alpha Y_i/Y_i$	Старший вес	Размерность
P_1	Y_2/Y_1	$p_1, p_{12}, \ldots, p_{1l-1}$, $p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \ldots, p_{1l-1} + 2p_l$	$p_1 + 2p_{2l}$	$2(l-1)$
P_1	Y_1	p_{1l}	p_{1l}	1
P_k $1 < k < l$	Y_3/Y_2	$p_{1k}, p_{1k+1}, \ldots, p_{1l-1}, p_{2k}, \ldots, p_{2l-1}, \ldots, p_k$, $p_{kk+1}, \ldots, p_{kl-1}, p_{1k} + 2p_{k+1l}, \ldots$, $p_{1l-1} + 2p_l, p_{2k} + 2p_{k+1l}, \ldots$, $p_{2l-1} + 2p_l, \ldots, p_k + 2p_{k+1l}, \ldots, p_{kl-1} + 2p_l$	$p_{1k} + 2p_{k+1l}$	$2k(l-k)$
P_k $1 < k < l$	Y_2/Y_1	$p_{1l}, p_{2l}, \ldots, p_{kl}$,	p_{1l}	k
P_k $1 < k < l$	Y_1	$p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \ldots, p_{1k-1} + 2p_{kl}$, $p_2 + 2p_{3l}, p_{23} + 2p_{4l}, \ldots, p_{2k-1} + 2p_{kl}, \ldots$, $p_{k-2} + 2p_{k-1l}, p_{k-2k-1} + 2p_{kl}, p_{k-1} + 2p_{kl}$	$p_1 + 2p_{2l}$	$\dfrac{k(k-1)}{2}$
P_l	Y_2/Y_1	$p_{1l}, p_{2l}, \ldots, p_{l-1l}, p_l$	p_{1l}	l
P_l	Y_1	$p_1 + 2p_{2l}, p_{12} + 2p_{3l}, \ldots, p_{1l-1} + 2p_l$, $p_2 + 2p_{3l}, \ldots, p_{2l-1} + 2p_l, \ldots, p_{l-1} + 2p_l$	$p_1 + 2p_{2l}$	$\dfrac{l(l-1)}{2}$

Рассмотрим действие группы L_l на U_l. Положим

$$A = \{p_1+2p_{2l}, p_{12}+2p_{3l}, \ldots, p_{1l-1}+2p_l, p_2+2p_{3l}, p_{23}+2p_{4l}, \ldots, p_{2l-1}+2p_l, \ldots, p_{l-1}+2p_l\} \subset \Phi^+ \setminus \Phi_l^+.$$

Рассмотрим подгруппу $Y_1 = \langle X_\alpha \mid \alpha \in A \rangle$ из U_l. В множестве A нет коротких корней, поэтому, согласно лемме характеристика поля не влияет на коммутаторные соотношения, задающие действие подгруппы Леви L_l на Y_1. Значит, так же как в [5], группа L_l действует неприводимо на Y_1. Получаем фрагмент $Y_1 > 1$ главного ряда группы P_l.

Группа U_1/Y_1 изоморфна группе, порожденной корневыми подгруппами, которые соответствуют коротким корням $p_{1l}, p_{2l}, \ldots, p_{l-1l}, p_l$. Рассуждаем аналогично. Подгруппа Леви L_l содержит корневые подгруппы, соответствующие только длинным корням, поэтому не зависят от характеристики поля коммутаторные соотношения, задающие действие подгруппы L_l на U_1/Y_1 . Следовательно, так же как в [5], подгруппа L_l действует неприводимо на U_l/Y_1. Получаем фрагмент главного ряда $U_l > Y_1 > 1$ группы P_l, входящий в U_l.

Утверждение теоремы о нижнем центральном ряде группы U_k, $1 \leq k \leq l$ легко следует из приведенных выше рассуждений.

Занесем полученные результаты в таблицу. Во втором столбце таблицы укажем главные факторы Y_{i+1}/Y_i фрагмента главного ряда, входящего в унипотентный радикал каждой параболической максимальной подгруппы P_k, приведенной в первом столбце. Третий столбец нашей таблицы содержит корни α для порождающих элементов $x_\alpha(a)Y_i$ главного фактора $Y_{i+1}/Y_i = \prod_\alpha X_\alpha Y_i/Y_i$. Для каждого $i \geqslant 1$ главный фактор Y_{i+1}/Y_i изоморфен в аддитивной записи прямой сумме $\bigoplus_\alpha X_\alpha$ корневых подгрупп X_α и является неприводимым $GF(2^n)L_k$-модулем. Старший вес и размерность этого модуля укажем в четвертом и пятом столбцах таблицы соответственно.

Теорема доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Azad H., Barry M., Seitz G.** On the structure of parabolic subgroup // Comm. in Algebra. 1990. Vol. 18, no. 2. P. 551–562. doi 10.1080/00927879008823931 .
2. **Бурбаки Н.** Группы и алгебры Ли. Гл. VII-VIII. М.: Мир, 1978. 342 с.
3. **Carter R.W.** Simple groups of Lie type. London: John Wiley and Sons, 1972. 332 p. ISBN: 0471137359 .

4. **Kondrat'ev A.S., Trofimov V.I.** Vertex stabilizers of vertices of graphs with primitive automorphism groups and a strong version of the Sims conjecture // Proc. Conf. "Groups St Andrews 2017 in Birmingham". Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2019 (London Math. Soc. Note Ser. 2019. Vol. 455. pp. 419–426.)
5. **Кораблева В.В.** О главных факторах параболических максимальных подгрупп конечных простых групп нормального лиева типа // Сиб. мат. журн. 2014. Т. 55, № 4. С. 764–782.

Поступила 5.10.2020
После доработки 21.12.2020
Принята к публикации 11.01.2021

Кораблева Вера Владимировна
д-р физ.-мат. наук, доцент,
Челябинский государственный университет
г. Челябинск;
ведущий науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
г. Екатеринбург
e-mail: vvk@csu.ru

REFERENCES

1. Azad H., Barry M., Seitz G. On the structure of parabolic subgroup. *Com. in Algebra*, 1990, vol. 18, no. 2, pp. 551–562. doi: 10.1080/00927879008823931 .
2. Bourbaki N. *Groupes et algèbres de Lie, Chaps. VII-VIII.* Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2006, 265 p. doi: 10.1007/978-3-540-33977-9 . Translated to Russian under the title *Gruppy i algebry Li, glavy VII-VIII.* Moscow: Mir Publ., 1978, 342 p.
3. Carter R.W. *Simple groups of Lie type.* London: John Wiley and Sons, 1972, 332 p. ISBN: 0471137359 .
4. Kondrat'ev A.S., Trofimov V.I. Vertex stabilizers of vertices of graphs with primitive automorphism groups and a strong version of the Sims conjecture. In: *Proc. Conf. "Groups St Andrews 2017 in Birmingham".* London Math. Soc. Note Ser., vol. 455. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2019, pp. 419–426. doi: 10.1017/9781108692397.017 .
5. Korableva V.V. On the chief factors of parabolic maximal subgroups of finite simple groups of normal Lie type. *Sib. Math. J.*, 2014, vol. 55, no. 4, pp. 622–638. doi: 10.1134/S0037446614040053 .

Received October 5, 2020
Revised December 21, 2020
Accepted January 11, 2021

Funding Agency: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 20-01-00456).

Vera Vladimirovna Korableva, Dr. Phys.-Math. Sci., Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, 454000 Russia; Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian of the Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia, e-mail: vvk@csu.ru .

Cite this article as: V. V. Korableva. On chief factors of parabolic maximal subgroups of the group $B_l(2^n)$, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2021, vol. 27, no. 1, pp. 110–115 .