ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 25 № 4 2019

УДК 512.544

О ГЕНЕТИЧЕСКИХ КОДАХ НЕКОТОРЫХ ГРУПП С 3-ТРАНСПОЗИЦИЯМИ[1]

В. М. Синицин

Группы Кокстера имеют многочисленные приложения в математике и за ее пределами, а группы с 3-транспозициями Б. Фишера лежат в основе внутреннего геометрического анализа теории конечных (простых) групп. Пересечение этих классов групп состоит из конечных групп Вейля $W(A_n) \simeq S_{n+1}$, $W(D_n)$, $W(E_n)$ $(n = 6, 7, 8)$ простых конечномерных алгебр и групп Ли. В предыдущих работах А. И. Созутова, А. А. Кузнецова и автора были найдены системы S порождающих трансвекций (3-транспозиций) групп $Sp_{2m}(2)$ и $O^{\pm}_{2m}(2)$, графы $\Gamma(S)$ которых являются деревьями. Множество $\{\Gamma_n\}$ $(n \geq m)$ вложенных друг в друга графов называем *E-серией*, если они являются деревьями, содержат подграф E_6 и их подграфы с вершинами $m, m+1, \ldots, n$ являются простыми цепями. В настоящей работе найдены генетические коды групп $Sp_{2m}(2)$ и $O^{\pm}_{2m}(2)$, $8 \leq 2m \leq 20$, близкие к генетическим кодам некоторых групп Кокстера. Основная гипотеза исследований: группы $Sp_{2m}(2)$ и $O^{\pm}_{2m}(2)$ (пп. (ii)–(iii) в теореме Фишера) можно получить из соответствующих бесконечных групп Кокстера с помощью одного или двух дополнительных соотношений вида $w^2 = 1$. Рассматриваемые в работе графы I_n содержат подграф E_6 и составляют E-серию вложенных графов $\{I_n \mid n = 7, 8, \ldots\}$, в которых подграф $I_n \setminus E_6$ — простая цепь. В работе доказано, что для групп $X(I_n)$, полученных из групп Кокстера $G(I_n)$ наложением дополнительного соотношения $(s_4^t s_7)^2 = 1$, где $t = s_3s_2s_1s_5s_6s_3s_2s_5s_3s_4$, при указанных пределах изменения $n = 4k+\delta$ $(\delta = 0, 1, 2)$ имеют место изоморфизмы $X(I_{4k+1}) \simeq Sp_{4k}(2) \times Z_2$, $X(I_{2m}) \simeq O^{\pm}_{2m}(2)$ (знак $\pm$ зависит от m). В доказательстве используется алгоритм Тодда — Кокстера системы GAP.

Ключевые слова: генетические коды, группы и графы Кокстера, группы Вейля, группы с 3-транспозициями, симплектические трансвекции.

V. M. Sinitsin. On genetic codes of certain groups with 3-transpositions.

Coxeter groups have numerous applications in mathematics and beyond, and B. Fischer's 3-transposition groups underly the internal geometric analysis in the theory of finite (simple) groups. The intersection of these classes of groups consists of finite Weyl groups $W(A_n) \simeq S_{n+1}$, $W(D_n)$, and $W(E_n)$ for $n = 6, 7, 8$, simple finite-dimensional algebras, and Lie groups. In previous papers by A. I. Sozutov, A. A. Kuznetsov, and the author, systems S of generating transvections (3-transpositions) of groups $Sp_{2m}(2)$ and $O^{\pm}_{2m}(2)$ were found such that the graphs $\Gamma(S)$ are trees. A set $\{\Gamma_n\}$, $n \geq m$, of nested graphs is called an *E-series* if these graphs are trees, contain the subgraph E_6, and their subgraphs with vertices $m, m+1, \ldots, n$ are simple chains. In the present paper, we find genetic codes of the groups $Sp_{2m}(2)$ and $O^{\pm}_{2m}(2)$, $8 \leq 2m \leq 20$; these codes are close to the genetic codes of some Coxeter groups. Our main hypothesis is the following: the groups $Sp_{2m}(2)$ and $O^{\pm}_{2m}(2)$ (cases (ii)–(iii) in Fischer's theorem) can be obtained from the corresponding infinite Coxeter groups with the use of one or two additional relations of the form $w^2 = 1$. The graphs I_n considered in this paper contain the subgraph E_6 and comprise an E-series of nested graphs $\{I_n \mid n = 7, 8, \ldots\}$, in which the subgraph $I_n \setminus E_6$ is a simple chain. We prove that the isomorphisms $X(I_{4k+1}) \simeq Sp_{4k}(2) \times Z_2$ and $X(I_{2m}) \simeq O^{\pm}_{2m}(2)$ (the sign $\pm$ depends on m) hold for the groups $X(I_n)$ obtained from the Coxeter groups $G(I_n)$ by imposing an additional relation $(s_4^t s_7)^2 = 1$, where $t = s_3s_2s_1s_5s_6s_3s_2s_5s_3s_4$, if $n = 4k + \delta$ $(\delta = 0, 1, 2)$. The proof uses the Todd–Coxeter algorithm from the GAP system.

Keywords:Keywords: genetic code, Coxeter group, Coxeter graph, Weyl group, 3-transposition group, symplectic transvection.

MSC: 20C40

DOI: 10.21538/0134-4889-2019-25-4-184-188

1. Введение

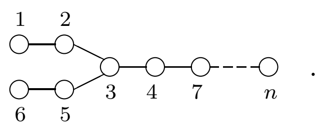
Согласно Б. Фишеру (см. [1–3]) множество $D = a^G$ инволюций группы $G = \langle D \rangle$ называется *классом 3-транспозиций*, если $|ab| \leq 3$ для любых $a, b \in D$; при этом подгруппа $H = \langle D \cap H \rangle$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект №19-01-00566 А.

из G называется *D-подгруппой.* Если в такой группе G нет D-подгрупп порядков 18 и 54, то G называется *группой с симплектическими* 3*-транспозициями.* В известной теореме Б. Фишера [3, теорема 2.58, пп. (i)–(iii)] это симметрические группы S_n, симплектические группы $Sp_{2m}(2)$ и ортогональные группы $O^{\pm}_{2m}(2)$; Б. Фишер в доказательстве использует их описание из [4]. В работе [5] эта часть теоремы Б. Фишера [3, теорема 2.58, пп. (i)–(iii)] была (пере)доказана с помощью определяющих соотношений и некоторой связи групп $Sp_{2m}(2)$ и $O^{\pm}_{2m}(2)$ с группами Кокстера и алгебрами Ли, установленной в [5]. Исследования этой связи групп S_n, $Sp_{2m}(2)$ и $O^{\pm}_{2m}(2)$ продолжились в [6; 7] и в данной статье.

В настоящей работе найдены генетические коды групп $Sp_{2m}(2)$ и $O^{\pm}_{2m}(2)$, $8 \le 2m \le 20$, близкие к генетическим кодам некоторых бесконечных групп Кокстера [8; 9]. В статье вершины графа Γ_n в зависимости от контекста обозначаются через s_i, p_i, w_i с помощью индексов i. Каждой минимальной системе $S = \{s_1, \ldots, s_n\} \subset D$ порождающих 3-транспозиций группы $G = \langle D \rangle$ поставим в соответствие граф $\Gamma(S) = \Gamma_n$ — граф Кокстера — с множеством вершин $I = \{1, \ldots, n\}$ и ребер (i, j), где $s_i s_j \ne s_j s_i$. Определенные цепочки $\Gamma_n \subset \Gamma_{n+1}$, $n = k, k+1, \ldots$, вложенных друг в друга графов-деревьев, содержащих подграф E_6, ранее названы А. И. Созутовым и автором *E-сериями* (по аналогии с [10, с. 220]). Рассматриваемые в работе графы Γ_n принадлежат E-серии $\{I_n, n = 6,\ 7,\ \ldots\}$ (см. [7]):

$I_n,\ n \ge 7:$



Множество порождающих и определяющих соотношений Кокстера, задаваемых графом Γ_n, обозначим через $S(\Gamma_n)$ и $R(\Gamma_n)$ соответственно, а группу Кокстера — через $G(\Gamma_n)$, в частности, $G(\Gamma_n) = \langle\, S(\Gamma_n) \mid R(\Gamma_n) \,\rangle$ [10, §12.2]. Хорошо известно, что группы $G(I_n)$ при $n \ge 7$ бесконечны [8; 9]. Положим $X(I_n) = \langle\, S(I_n) \mid R(I_n), (s_4^t s_7)^2 \rangle$, где $t = s_3 s_2 s_1 s_5 s_6 s_3 s_2 s_5 s_3 s_4$, и обозначим через $Y(I_n)$ подгруппу в $X(I_n)$, порожденную элементами $s_1 s_2$, $s_2 s_3$, $\ldots$, $s_{n-1} s_n$.

Если вид графа известен, то будем применять обозначения $S = S(\Gamma_n)$, R_n, G_n, X_n, W_n, Y_n. Доказана следующая теорема.

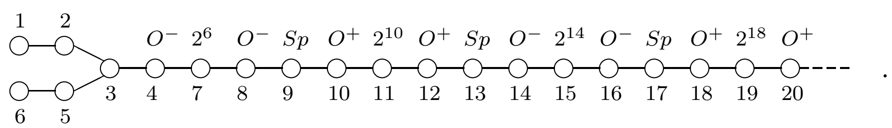
Теорема. *Пусть $\Gamma_n = I_n$, $X_n = \langle S \mid R_n,\ (s_4^t s_7)^2 = 1 \rangle$, где $t = s_3 s_2 s_1 s_5 s_6 s_3 s_2 s_5 s_3 s_4$ и $7 \le n \le 20$. Тогда Y_n — нормальная в X_n подгруппа индекса 2, и при указанных пределах изменения $n = 4k + \delta$ ($\delta = 0, 1, 2$) имеют место изоморфизмы*

1) $X_{4k+1} \simeq Sp_{4k}(2) \times Z_2$ *и* $Y_{4k+1} \simeq Sp_{4k}(2)$;
2) $X_{4k} \simeq O^{-}_{4k}(2)$ *при четном k и* $X_{4k} \simeq O^{+}_{4k}(2)$ *при нечетном k*;
3) $X_{4k+2} \simeq O^{-}_{4k+2}(2)$ *при нечетном k и* $X_{4k+2} \simeq O^{+}_{4k+2}(2)$ *при четном k.*

2. Доказательство теоремы

Вначале докажем вспомогательные предложения 1, 2. Воспользуемся разметкой E-серии графов $\{I_n\}$, введенной в недавней статье (Созутов А.И., Синицин В.М. О графах Кокстера групп с симплектическими 3-транспозициями // Тр. Института математики и механики УрО РАН. 2016. Т. 22, № 3. С. 251–258):

$I_n,\ n \ge 7:$



Предложение 1. *Графу Γ_n из E-серии $\{I_n\}$ ($n \ge 6$) соответствует подгруппа W_n из $GL_n(2)$, изоморфная группе $O^{\pm}_{2m}(2)$ при $n = 2m$ и группе $Sp_{4k}(2)$ при $n = 4k + 1$. Если над вершиной с номером n стоит число 2^{n-1}, то группа W_n обладает нормальной элементарной абелевой 2-подгруппой порядка 2^{n-1}. В E-сериях $\{\Gamma_n\}$ последовательность типов групп имеет период 8, т. е. W_{n+8} — группа того же типа, что и группа W_n.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть V_n — векторное пространство над полем F_2 с базисом $v_1, \ldots, v_n$ и $\Gamma_n = I_n$ — граф Кокстера, вершинами которого являются векторы $v_1, \ldots, v_n$. Введем на V_n квадратичную форму $F(x)$ и билинейную форму $f(x, y)$, полагая

$$F(x) = \sum_{i \in \Gamma_n} x_i^2 + \sum_{(i,j) \in \Gamma_n} x_i x_j \ \text{ для } x = \sum_{i=1}^{n} x_i v_i \in V_n,$$

$$f(x, y) = F(x + y) + F(x) + F(y).$$

Как доказано в [7, лемма 19], $f(x, y)$ — симплектическая форма, невырожденная при $n = 2m$. Для каждого вектора $r \in V_n$ с $F(r) = 1$ через w_r обозначим трансвекцию (сдвиг)

$$w_r(x) = x^{w_r} = x + f(x, r)r, \quad x \in V_n.$$

Очевидно, что $F(v_i) = 1$, положим $w_i = w_{p_i}$, $i = 1, \ldots, n$. Непосредственно проверяются формула $w_r^{w_s} = w_{w_s(r)}$ (см. также [7, лемма 3]) и действие трансвекций w_i на элементах базиса: $v_i^{w_i} = v_i$ при $i \neq j$, $v_j^{w_i} = v_j + v_i$, если $(i, j) \in \Gamma_n$, и $v_j^{w_i} = v_j$, если $(i, j) \notin \Gamma_n$. Отсюда следует, что $(w_i w_j)^2 = 1$, если $(i, j) \notin \Gamma_n$, и $(w_i w_j)^3 = 1$, если $(i, j) \in \Gamma_n$. Это означает, что Γ_n является графом Кокстера группы $W_n = \langle w_1, \ldots, w_n \rangle$ в системе порождающих $w_1, \ldots, w_n$.

Как доказано в [7, лемма 20], выполняются включения $W_n \leq I(F) \leq I(f)$, где $I(F)$, $I(f)$ — группы изометрий форм F, f. По [7, леммы 21–24] имеют место следующие изоморфизмы:

1) $W_{4k+1} \simeq Sp_{4k}(2)$;
2) $W_{4k} \simeq O_{4k}^{\delta_k}(2)$, где $\delta_k = +$ при четном k и $\delta_k = -$ при нечетном k;
3) $W_{4k+2} \simeq O_{4k+2}^{\delta_k}(2)$, где $\delta_k = +$ при четном k и $\delta_k = -$ при нечетном k.

По [7, леммы 14, 19] при $n = 4k + 1$ и $n = 4k + 3$ для графа $\Gamma_n = I_n$ форма f на V_n вырождена, и группа W_{4k+3} является полупрямым произведением элементарной абелевой 2-подгруппы порядка 2^{4k+2} на группу W_{4k+2}. Полученная информация о строении групп $W_n = W(I_n)$ изображена на общем графе серии с помощью разметки.

Предложение доказано.

С помощью алгоритма Тодда — Кокстера на компьютере было показано, что группы $X(I_n)$ для $7 \leq n \leq 20$ конечны, и вычислены их порядки.

Предложение 2. *Порядки групп $X(I_n)$ удовлетворяют следующим равенствам:*
$|X(I_7)| = 3317760 = 2^6 \cdot |O_6^-(2)|$;
$|X(I_8)| = 119 \cdot |X(I_7)| = |W(I_8)| = |O_8^-(2)|$;
$|X(I_9)| = 240 \cdot |X(I_8)| = 2 \cdot |Sp_8(2)|$;
$|X(I_{10})| = 496 \cdot |X(I_9)| = |O_{10}^+(2)|$;
$|X(I_{11})| = 1024 \cdot |X(I_{10})| = 2^{10} \cdot |O_{10}^+(2)|$;
$|X(I_{12})| = 2079 \cdot |X(I_{11})| = |O_{12}^+(2)|$;
$|X(I_{13})| = 4160 \cdot |X(I_{12})| = 2 \cdot |Sp_{12}(2)|$;
$|X(I_{14})| = 8256 \cdot |X(I_{13})| = |O_{14}^-(2)|$;
$|X(I_{15})| = 16384 \cdot |X(I_{14})| = 2^{14} \cdot |O_{14}^-(2)|$;
$|X(I_{16})| = 32639 \cdot |X(I_{15})| = |O_{16}^-(2)|$;
$|X(I_{17})| = 65280 \cdot |X(I_{16})| = 2 \cdot |Sp_{16}(2)|$;
$|X(I_{18})| = 130816 \cdot |X(I_{17})| = |O_{18}^+(2)|$;
$|X(I_{19})| = 262144 \cdot |X(I_{18})| = 2^{18} \cdot |O_{18}^+(2)|$;
$|X(I_{20})| = 524799 \cdot |X(I_{19})| = |O_{20}^+(2)|$;
$|X(I_{20})| = 215890246834351581553827402011789144778028831953911808000\text{0}.$

Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы. Пусть $\Gamma_n = I_n$. Группа $G(E_6) = \langle s_1, \ldots, s_6 \rangle$ изоморфна группе Вейля $W(E_6)$ [8; 10] и по условиям теоремы содержится во всех группах G_n при $n \geq 7$. В корневой системе типа E_6 с фундаментальной системой корней $\{p_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ возьмем максимальный положительный корень $r = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 2p_4 + 2p_5 + p_6$ (см. [8; 10]). Симметрия (отражение) $s_r = s_4^t$, где $t = s_3s_2s_1s_5s_6s_3s_2s_5s_3s_4$, из группы $W(E_6)$ принадлежит всем группам G_n при $n \geq 7$.

В пространстве V_n над полем F_2 из доказательства предложения 1 вектор r имеет вид $r = v_1 + v_3 + v_6$. Он ортогонален вектору v_7 относительно билинейной формы, и порядок элемента w_rw_7 группы W_n равен 2. Следовательно, в группах W_n выполняется соотношение $(s_4^ts_7)^2 = 1$.

В группе $O_{2m}^{\pm}(2)$ центр тривиален, коммутант имеет индекс 2 и является простой группой, изоморфной $D_m(2)$ или ${}^2D_m(2)$ [11]. По предложению 1 $W_{4k} = O_{4k}^-(2)$ при четном k и $W_{4k} = O_{4k}^+(2)$ при нечетном k; $W_{4k+2} = O_{4k+2}^-(2)$ при нечетном k и $W_{4k+2} = O_{4k+2}^+(2)$ при четном k, а по предложению 2 порядки групп X_n для $6 \leq n \leq 20$ совпадают с порядками соответствующих групп W_n. Это доказывают отмеченные в теореме изоморфизмы для групп $O_n^{\pm}(2)$.

Далее, определяющие соотношения группы Коксера G_n и дополнительное соотношение $(s_4^ts_7)^2 = 1$ для групп X_n имеют четную длину (как слова в алфавите S). Поэтому каждый элемент группы X_n либо "четен", либо "нечетен" в соответствии с четностью или нечетностью числа букв (порождающих), входящих в его выражение, и "четные" элементы составляют в X_n подгруппу индекса 2 [9, § 9.5, с. 180]. По определению Y_n есть образ подгруппы $H_n = \langle s_is_j \mid (i,j) \in \Gamma_n \rangle$ группы G_n, и поскольку Γ_n — дерево, то имеет место равенство $H_n = \langle s_ks_j \mid 1 \leq k, j \leq n \rangle$ и H_n совпадает с коммутантом группы G_n [9, § 9.5, с. 180]. Значит, и подгруппа Y_n совпадает с коммутантом группы X_n.

Для случаев $n = 4k+1$ по предложению 1 и лемме 21 из [7] имеем $W_{4k+1} \simeq Sp_{4k}(2)$. Согласно предложению 2 $|X_{4k+1})| = 2|W_{4k+1}|$ ввиду того, что в группах X_n индекс подгруппы Y_n равен 2, порядок подгруппы $Y_{4k+1} = \langle s_1s_2, s_2s_3, s_3s_4, s_3s_5, s_5s_6, s_4s_7 \rangle$ из X_{4k+1} совпадает с порядком группы $Sp_{4k}(2)$. Так как центр группы $Sp_{2m}(2)$ тривиален, а группа $Sp_{2m}(2)$ проста [12] и совпадает с коммутантом, нормальная в X_{4k+1} подгруппа Y_{4k+1} изоморфна $Sp_{4k}(2)$ и $X(I_{4k+1}) \simeq Sp_{4k}(2) \times Z_2$.

Теорема доказана.

Расчеты подтвердили основную гипотезу исследований для групп $Sp_{2m}(2)$ и $O_{2m}^{\pm}(2)$ с графами Коксера из E-серии $\{I_n\}$ при $7 \leq n \leq 20$. Аналогичные проводятся для групп $Sp_{2m}(2)$ и $O_{2m}^{\pm}(2)$ с графами Коксера из других E-серий из [7; 8] и другими дополнительными соотношениями. Ведется поиск теоретического обоснования результатов расчетов.

Автор выражает благодарность профессору А. И. Созутову за постановку задачи и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Fischer B.** Finite groups generated by 3-transpositions. // Inventiones Math. 1971. Vol. 13, no.. 3. P. 232–246. doi: 10.1007/BF01404633.
2. **Aschbacher M.** 3-transposition groups. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. (Cambridge Tracts in Math.; vol. 124). 260 p.
3. **Горенстейн Д.** Конечные простые группы. М.: Мир, 1985. 352 с.
4. **McLaughlin J.** Some subgroups of $SL_n(F_2)$ // Ill. J. Math. 1969. Vol. 13, no. 1. P. 108–115. doi: 10.1215/ijm/1256053741.
5. **Созутов А.И.** О группах типа Σ_4, порожденных 3-транспозициями // Сиб. мат. журн. 1992. Т. 33, № 1. С. 140–149.
6. **Созутов А.И.** Об алгебрах Ли с мономиальным базисом // Сиб. мат. журн. 1993. Т. 34, № 5. С. 188–201.
7. **Созутов А.И., Кузнецов А.А., Синицин В.М.** О системах порождающих некоторых групп с 3-транспозициями // Сиб. электрон. мат. изв. 2013. Т. 10. С. 285–301.
8. **Бурбаки Н.** Группы и алгебры Ли. Группы Коскстера и системы Тикса, группы, порожденные отражениями системы корней. М.: Мир, 1972. 334 с.
9. **Коксетер Г.С.М., Мозер У.О.Дж.** Порождающие элементы и определяющие соотношения дискретных групп. М.: Наука, 1980. 240 с.

10. **Кондратьев А.С.** Группы и алгебры Ли / ИММ УрО РАН. Екатеринбург, 2009. 310 с.
11. **Conway J.H., Curtis R.T., Norton S.P., Parker R.A., Wilson R.A.** Atlas of finite groups. Oxford: Clarendon Press, 1985. 252 p.
12. **O'Мира О.** Лекции о симплектических группах. М.: Мир, 1979. 167 с.

Поступила 17.09.2019
После доработки 25.10.2019
Принята к публикации 18.11.2019

Синицин Владимир Михайлович
Сибирский федеральный университет
г. Красноярск
e-mail: sinkoro@yandex.ru

REFERENCES

1. Fischer B. Finite groups generated by 3-transpositions. *Invent. Math.*, 1971, vol. 13, no. 3, pp. 232–246. doi: 10.1007/BF01404633 .
2. Aschbacher M. *3-transposition groups.* Ser. Cambridge Tracts in Math., vol. 124, Cambridge: Cambridge University Press, 1997, 260 p. ISBN: 0-521-57196-0 .
3. Gorenstein D. *Finite simple groups.* University Ser. in Math. N Y: Plenum Publishing Corp., 1982, 333 p. ISBN: 0-306-40779-5 . Translated to Russian under the title *Konechnye prostye gruppy.* Moscow: Mir Publ., 1985, 352 p.
4. McLaughlin J. Some subgroups of $SL_n(F_2)$. *Ill. J. Math.*, 1969, vol. 13, no. 1, pp. 108–115. doi: 10.1215/ijm/1256053741 .
5. Sozutov A.I. Groups of type Σ_4 generated by 3-transpositions. *Sib. Math. J.*, 1992, vol. 33, no. 1, pp. 117–124. doi: 10.1007/BF00972943 .
6. Sozutov A.I. On lie algebras with monomial basis. *Sib. Math. J.*, 1993, vol. 34, no. 5, pp. 959–971. doi: 10.1007/BF00971409 .
7. Sozutov A.I., Kuznetsov A.A., Sinitsin V.M. About systems of generators of some groups with 3-transpositions. *Sib. Elektron. Mat. Izv.*, 2013, vol. 10, pp. 285–301 (in Russian). doi: 10.17377/semi.2013.10.022 .
8. Bourbaki N. *Groupes et algebres de Lie* (Chapt. IV–VI). Paris: Hermann, 1968, 282 p. doi: 10.1007/978-3-540-34491-9 . Translated to Russian under the title *Gruppy i algebry Li* (glavy IV–VI). Moscow: Mir Publ., 1972, 334 p.
9. Coxeter H.S.M., Moser W.O.J. *Generators and Relations for Discrete Groups.* Berlin: Springer-Verlag, 1972, 164 p. doi: 10.1007/978-3-662-21946-1 . Translated to Russian under the title *Porozhdajushhie jelementy i opredeljajushhie jelementy diskretnyh grupp.* Moscow: Nauka Publ., 1980, 240 p.
10. Kondratiev A.S. *Gruppy i algebry Li* [Lie groups and Lie algebras. Ekaterinburg, 2009, 310 p. ISBN: 978-5-7691-2111-1 .
11. Conway J.H., Curtis R.T., Norton S.P., Parker R.A., Wilson R.A. *Atlas of finite groups.* Oxford: Clarendon Press, 1985, 252 p. ISBN: 0198531990 .
12. O'Meara O.T. *Lectures on symplectic groups.* Indiana: University of Notre Dame, 1976. Translated to Russian under the title *Lekcii o simplekticheskih gruppah.* Moscow: Mir Publ., 1979, 167 p.

Received September 17, 2019
Revised October 25, 2019
Accepted November 18, 2019

Funding Agency: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 19-01-00566 A).

Vladimir Mihaylovich Sinitsin, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660041 Russia,
e-mail: sinkoro@yandex.ru .

Cite this article as: V. M. Sinitsin. On genetic codes of certain groups with 3-transpositions, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki URO RAN*, 2019, vol. 25, no. 4, pp. 184–188 .