РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Содержание, аннотации, ключевые слова
MSC, DOI, списки литературы на русском языке

Том 23, № 1 2017

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Том 23 № 1 2017

(Продолжение)

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 621.452

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ВОЗДУХОПОДОГРЕВАТЕЛЯХ[1]

А. А. Азамов, М. А. Бекимов

В работе предлагается математическая модель процесса теплообмена во вращающемся регенеративном воздухоподогревателе тепловых электростанций. Модель получена дискретизацией процесса в результате усреднения как временной, так и пространственных переменных. При наложении на процесс ряда упрощающих предположений составлена линейная дискретная система $z(n+1) = Az(n) + r(n)$ порядка $2m$ с мономиальной матрицей $A = (a_{ij})$ размера $(2m \times 2m)$, в которой $a_{ij} = \alpha_i$ при $i = 1, j = 2m$ и при $i = 2, \ldots, 2m$, $j = i-1$, а все остальные элементы равны 0. С использованием соотношения $A^{2m} = \bigl(\prod_{i=1}^{2m} \alpha_i\bigr)E$ и формулы Коши изучены устойчивость, периодичность, сходимость средних по Чезаро и другие свойства. Далее, рассмотрена задача идентификации системы, состоящая в определении коэффициентов $\alpha_i, i = 1, 2, \ldots, 2m$, на основе значений $z(1), z(2), \ldots, z(2m)$. В предположении $r(n) = r = \mathrm{const}$ при $n = 1, 2, \ldots, 2m$ она приведена к матричному уравнению $AY = B$, где квадратная матрица Y составлена из столбцов $y_1 = t = r-(E-A)z_0$, $y_2 = Ay_1+t, \ldots, y_{2m} = Ay_{2m-1}+t$, а $B = [t-y_2, t-y_3, \ldots, t-y_{2m-1}]$. Выведена рекурентная формула для $detY$. Установлено, что если $\Delta = \alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_m - \alpha_{m+1}\alpha_{m+2}\ldots\alpha_{2m} \neq 0$, то $detY \neq 0$ и $A = BY^{-1}$.

Ключевые слова: процесс теплообмена, мономиальная матрица, усреднение, линейное дискретное уравнение, формула Коши, установившийся режим, периодический режим, средние Чезаро, задача идентификации.

MSC: 65Q10, 65F40, 80A20, 97M50

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-12-19

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кирсанов Ю.А.** Циклические тепловые процессы и теория теплопроводности в регенеративных воздухоподогревателях. М.: Физматлит, 2007. 240 с.
2. Регенеративные вращающиеся воздухоподогреватели / В. К. Мигай, В. С. Назаренко, И. Ф. Новожилов, Т. С. Добряков. Л.: Энергия, 1971. 168 с.
3. **Kovalevskii V.P.** Simulation of heat and aerodynamic processes in regenerators of continuous and periodic operation. I. Nonlinear mathematical model and numerical algorithm // J. Eng. Phys. Thermophys. 2004. Vol. 77, no. 6. P. 1096–1109. doi: 10.1007/s10891-005-0004-y .
4. **Chi-Liang Lee.** Regenerative air preheaters with four channels in a power plant system // J. Chinese Inst. Eng. 2009. Vol. 32, no. 5. P. 703–710. doi: 10.1080/02533839.2009.9671552 .
5. Analysis on thermal stress deformation of rotary air-preheater in a thermal power plant / H. Wang, L. Zhao, Z. Xu et al. // Korean J. Chem. Eng. 2009. Vol. 26. P. 833–839. doi: 10.1007/s11814-009-0139-1 .
6. The study on heat transfer model of tri-sectional rotary air preheater based on the semi-analytical method / H. Wang, L. Zhao, Z. Xu et al. // Appl. Therm. Eng. 2008. Vol. 28, no. (14-15). P. 1882–1888. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2007.11.023 .
7. **Hazewinkel M.** Monomial representation // Encyclopedia Math. New York: Springer, 2001. ISBN: 978-1-55608-010-4.
8. **Гельфонд А.О.** Исчисление конечных разностей. М.: Наука, 1967. 432 с.
9. **Романко В.К.** Курс разностных уравнений. М.: Физматлит, 2012. 200 с.

[1]Работа выполнена при поддержке Комитета по координации развития науки и технологий при Кабинете министров Республики Узбекистан (проект Ф4-ФА-Ф014).

10. **Azamov A.A., Bekimov M.A.** Simplified model of the heat exchange process in rotary regenerative air pre-heater // Ural Math. J. 2016. Vol. 2, no. 2. P. 27–36. doi: 10.15826/umj.2016.2.003.
11. **Ван-дер-Варден Б.Л.** Алгебра. М.: Мир, 1976. 648 с.

Поступила 21.11.2016

Азамов Абдулла Азамович
д-р физ.-мат. наук, профессор
зав. отделом
Институт математики при Национальном университете Узбекистана им. М. Улугбека
e-mail: abdulla.azamov@gmail.com

Бекимов Мансур Адамбаевич
старший науч. сотрудник-соискатель
Институт математики при Национальном университете Узбекистана им. М. Улугбека
e-mail: mansu@mail.ru

Ссылка на статью:
А. А. Азамов, М. А. Бекимов. Дискретная модель процесса теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 12–19.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 531.36; 62-50

УПРАВЛЕНИЕ ПЛАТФОРМОЙ С ОСЦИЛЛЯТОРАМИ В ПРИСУТСТВИИ СУХОГО ТРЕНИЯ[1]

И. М. Ананьевский, Т. А. Ишханян

Исследуется локальная задача управления системой, состоящей из несущего твердого тела и нескольких прикрепленных к нему линейных диссипативных осцилляторов. Несущее тело перемещается по горизонтальной прямой с помощью горизонтальной управляющей силы. Рассматриваемая система представляет собой простое приближение к модели, описывающей управляемые перемещения сосуда с вязкой жидкостью. Состояние жидкости в сосуде в каждый момент времени неизвестно, поэтому физические параметры осцилляторов и их фазовые состояния также считаются неизвестными. Предполагается, что между несущим телом и прямой действует сила сухого трения, параметры которого неизвестны и непостоянны. Требуется остановить несущее тело в заданном терминальном положении и удерживать его там, при этом на поведение осцилляторов после остановки тела условий не накладывается. Предложен закон ограниченного по модулю управления в форме обратной связи, который приводит несущее тело из окрестности терминального положения в это положение за конечное время. Управление задается гладкой (аналитической) всюду, кроме терминального состояния, функцией, которая может трактоваться как линейная обратная связь с коэффициентами, зависящими от фазовых переменных. Эти коэффициенты бесконечно возрастают при приближении несущего тела к терминальному состоянию, однако управление остается ограниченным. Эффективность управления продемонстрирована с помощью численного моделирования.

Ключевые слова: линейная управляемая система, система осцилляторов, обратная связь, сухое трение.

MSC: 93C41, 93C05

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-20-26

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплекс технических средств обеспечения контролируемых динамических условий при проведении исследований гравитационно-чувствительных систем / А.Е. Борисов, В.Л. Левтов, В.В. Романов, Н.В. Тарасенко // Космонавтика и ракетостроение. 2007. Т. 4, № 49. С. 168–173.
2. Квазиоптимальное управление поворотом твердого тела вокруг неподвижной оси с учетом трения / Л.Д. Акуленко, Н.Н. Болотник, А.Е. Борисов, А.А. Гавриков, Г.А. Емельянов // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2015. № 3. С. 3–21. doi: 10.7868/S0002338815030026 .
3. **Ананьевский И.М., Ишханян Т.А.** Управление поворотной платформой на подвижном основании в присутствии возмущений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2016. № 2. С. 154–162. doi: 10.7868/S0002338816030045 .
4. **Ананьевский И.М., Анохин Н.В., Овсеевич А.И.** Синтез ограниченного управления линейными динамическими системами с помощью общей функции Ляпунова // Докл. АН. 2010. Т. 434, № 3. С. 319–323.
5. **Ovseevich A.** A local feedback control bringing a linear system to equilibrium // J. Optim. Theory Appl. 2015. Vol. 165, no. 2. P. 532–544. doi: 10.1007/s10957-014-0636-1 .

Ананьевский Игорь Михайлович
д-р физ.-мат. наук, профессор
зав. лабораторией
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
e-mail: anan@ipmnet.ru

Поступила 31.10.2016

[1]Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 16-11-10343).

Ишханян Тигран Артурович
аспирант
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
Московский физико-технический институт (ГУ)
Институт физических исследований НАН РА
e-mail: tishkhanyan@gmail.com

Ссылка на статью:
Ананьевский И.М., Ишханян Т.А. Управление платформой с осцилляторами в присутствии сухого трения // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 20–26.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НАЛИЧИИ ФАКТОРОВ РИСКА[1]

С. М. Асеев

Рассматривается задача оптимизации динамики управляемой системы в ситуации, когда в фазовом пространстве $\mathbb{R}^n$ задано некоторое множество M ("зона риска") нахождение в котором возможно, но нежелательно с точки зрения безопасности системы или в силу неустойчивости ее функционирования. В классической теории оптимального управления наличие такого нежелательного множества M обычно моделируется при помощи задания дополнительного фазового ограничения, что означает запрет на нахождение траекторий системы в зоне риска M. В случае, когда динамика системы описывается автономным дифференциальным включением, а зона риска M — открытое множество, для соответствующей задачи оптимального управления при помощи метода аппроксимаций получены необходимые условия оптимальности первого порядка в форме гамильтонова включения Кларка. Основная новизна полученного результата состоит в том, что он доказан для наиболее важного случая, когда множество M открыто. В этом случае имеется естественная связь рассматриваемой задачи с классической задачей оптимального управления с фазовым ограничением. Полученные необходимые условия оптимальности включают нестандартное дополнительное условие стационарности гамильтониана.

Ключевые слова: зона риска, фазовые ограничения, оптимальное управление, дифференциальное включение, гамильтоново включение, принцип максимума Понтрягина.

MSC: 49KXX

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-27-42

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Арутюнов А.В.** Возмущения экстремальных задач с ограничениями и необходимые условия оптимальности // Математический анализ. Итоги науки и техники. М.: ВИНИТИ, 1989. Т. 27. С. 147–235.
2. **Арутюнов А.В.** Условия экстремума. Анормальные и вырожденные задачи. М.: Факториал, 1997. 254 p.
3. **Арутюнов А.В., Асеев С.М.** Принцип максимума в задачах оптимального управления с фазовыми ограничениями. Невырожденность и устойчивость // Докл. РАН. 1994. Т. 334, № 2. С. 134–137.
4. **Арутюнов А.В., Тынянский Н.Т.** О принципе максимума в задаче с фазовыми ограничениями // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. 1984. № 4. С. 60–68.
5. **Асеев С.М., Смирнов А.И.** Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального прохождения через заданную область // Докл. РАН. 2004. Т. 395, № 5. С. 583–585.
6. **Асеев С.М., Смирнов А.И.** Необходимые условия оптимальности первого порядка для задачи оптимального прохождения через заданную область // Нелинейная динамика и управление: сб. ст. М.: Физматлит, 2004. Т. 4. С. 179–204.
7. **Дубовицкий А.Я., Дубовицкий В.А.** Необходимые условия сильного минимума в задачах оптимального управления с вырождением концевых и фазовых ограничений // Успехи мат. наук. 1985. Т. 40, вып. 2. С. 175–176.
8. **Дубовицкий А.Я., Дубовицкий В.А.** Принцип максимума в регулярных задачах оптимального управления, у которых концы фазовой траектории лежат на границе фазового ограничения // Автоматика и телемеханика. 1987. № 12. С. 25–33.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-50-00005).

9. **Дубовицкий А.Я., Дубовицкий В.А.** Критерий существования содержательного принципа максимума в задаче с фазовыми ограничениями // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 10. С. 1611–1616.
10. **Дубовицкий А.Я., Милютин А.А.** Задачи на экстремум при наличии ограничений // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1965. Т. 5, № 3. С. 395–453.
11. **Иоффе А.Д., Тихомиров В. М.**, Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974. 481 с.
12. **Кларк Ф.** Оптимизация и негладкий анализ. М.: Наука, 1988. 280 с.
13. **Мордухович Б.Ш.** Принцип макисмума в задачах оптимального быстродействия с негладкими ограничениями // Прикл. математика и механика. 1976. Т. 40, вып. 6. С. 1014–1023.
14. **Мордухович Б.Ш.** Методы аппроксимаций в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1988. 360 с.
15. **Натансон И.П.** Теория функций вещественной переменной. 3-е изд. М.: Наука, 1974. 480 с.
16. **Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.** Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 391 с.
17. **Пшеничный Б.Н., Очилов С.** О задаче оптимального прохождения через заданную область // Кибернетика и вычисл. техника. 1993. Т. 99. С. 3–8.
18. **Пшеничный Б.Н., Очилов С.** Об одной специальной задаче оптимального быстродействия // Кибернетика и вычисл. техника. 1994. Т. 101. С. 11–15.
19. **Смирнов А.И.** Необходимые условия оптимальности для одного класса задач оптимального управления с разрывным интегрантом // Тр. МИАН. 2008. Т. 262. С. 222–239.
20. **Филиппов А.Ф.** О некоторых вопросах теории оптимального регулирования // Вестн. Московск. ун-та. № 2. С. 25–32.
21. **Arutyunov A.V., Aseev S.M.** Investigation of the degeneracy phenomenon of the maximum principle for optimal control problems with state constraints // SIAM J. Control Optim. 1997. Vol. 35, no. 3. P. 930–952.
22. **Aseev S.M.** Methods of regularization in nonsmooth problems of dynamic optimization // J. Math. Sci. 1999. Vol. 94, no. 3. P. 1366–1393.
23. **Ermoliev Yu., Norkin V.**, Risk and extended utility functions: optimization approaches. IIASA Interim Report: IIASA IR-03-033. Laxenburg, 2003. 25 p.
24. **Cesari L.** Optimization – theory and applications. problems with ordinary differential equations. New York: Springer-Verlag, 1983. 542 p. (Appl. Math.; vol. 17.)
25. **Fontes F.A.C.C., Frankowska H.** Normality and nondegeneracy for optimal control problems with state constraints // J. Optim. Theory Appl. 2015. Vol. 166, iss. 1. P. 115–136. doi:10.1007/s10957-015-0704-1 .
26. **Hartl R.F., Sethi S.P., Vickson R.G.** A survey of the maximum principles for optimal control problems with state constraints // SIAM Review. 1995. Vol. 37, no. 2. P. 181–218. doi: 10.1137/1037043 .

Асеев Сергей Миронович
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН
зав. отделом дифференциальных уравнений
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
e-mail: aseev@mi.ras.ru

Поступила 30.11.2016

Ссылка на статью:
Асеев С.М. Оптимизация динамики управляемой системы при наличии факторов риска // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 27–42.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

СВОЙСТВА СТАБИЛЬНОСТИ ФУНКЦИИ ЦЕНЫ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С БЕСКОНЕЧНЫМ ГОРИЗОНТОМ[1]

А. Л. Багно, А. М. Тарасьев

В статье исследуется функция цены в задаче оптимального управления на бесконечном горизонте с подынтегральным индексом, входящим в функционал качества с дисконтирующим множителем. Проведен анализ ее свойств для случая, когда функционал платы управляемой системы содержит индекс качества, который представлен неограниченной функцией. Дана верхняя оценка роста функции цены. Получены необходимые и достаточные условия, при которых функция цены обладает свойствами стабильности в инфинитезимальной форме. Рассмотрен вопрос о совпадении функции цены с обобщенным минимаксным решением уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана — Айзекса. Показана единственность соответствующего минимаксного решения. Дано описание асимптотики роста функции цены для функционалов качества логарифмического, степенного и экспоненциального видов, встречающихся в экономическом и финансовом моделировании. Полученные результаты могут быть использованы для построения сеточных методов апроксимации функции цены как обобщенного минимаксного решения уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана — Айзекса. Эти методы являются эффективными средствами в моделировании процессов экономического роста.

Ключевые слова: оптимальное управление, уравнение Гамильтона — Якоби, минимаксное решение, бесконечный горизонт, функция цены, свойства стабильности.

MSC: 49K15, 49L25

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-43-56

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Capuzzo Dolcetta I.C., Ishii H.** Approximate solution of the Bellman equation of deterministic control theory // Appl. Math. Optimiz. 1984. Vol. 11, no. 2. P. 161–181. doi: 10.1007/bf01442176 .
2. **Ramsey F.P.** A mathematical theory of saving // The Economic Journal. December 1928. P. 543–559. doi: 10.2307/2224098 .
3. **Solow R.M.** Technical change and the aggregate production function // The Review of Economics and Statistics. 1957. Vol. 39, no. 3. P. 312–320. doi: 10.2307/1926047 .
4. **Адиатулина Р.А., Тарасьев А.М.** Дифференциальная игра неограниченной продолжительности // Прикл. математика и механика. 1987. Т. 51, вып. 4. С. 531–537.
5. **Асеев С.М., Кряжимский А.В.** Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального роста // Тр. МИАН. 2007. Т. 257. С. 3–271.
6. **Багно А.Л., Тарасьев А.М.** Свойства функции цены в задачах оптимального управления с бесконечным горизонтом // Вест. Удмурт. ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2016. Т. 26, вып. 1. С. 3–14. doi: 10.20537/vm160101 .
7. **Интрилигатор М.** Математические методы оптимизации и экономическая теория / пер. с англ. Г. И. Жуковой, Ф. Я. Кельмана. М.: Айрис-пресс, 2002. 576 с.
8. **Кларк Ф.** Оптимизация и негладкий анализ. М.: Наука, 1988. 280 с.
9. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
10. **Крушвиц Л.** Финансирование и инвестиции / пер. с нем.; под ред. В. В. Ковалев, З. А. Сабов. СПб.: Питер, 2000. 381 с.

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 15-11-10018.

11. Метод характеристик для уравнений Гамильтона — Якоби — Беллмана / Н.Н. Субботина, Е.А. Колпакова, Т.Б. Токманцев, Л.Г. Шагалова / УрО РАН. Екатеринбург, 2013. 244 с.
12. **Никольский М.С.** О локальной липшицевости функции Беллмана в одной оптимизационной задаче // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2004. Т. 10, no. 2. С. 106–115.
13. **Субботин А.И.** Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона — Якоби. М.: Наука, 1991. 216 с.
14. **Султанова Р.А.** Минимаксные решения уравнений в частных производных: дис. . . . канд. физ.-матем. наук / Урал. гос. ун-т им. А.М. Горького. Екатеринбург, 1995. 192 с.
15. **Тарасьев А.М., Ушаков В.Н., Успенский А.А.** Аппроксимационные схемы и конечно-разностные операторы для построения обобщенных решений уравнений Гамильтона — Якоби // Изв. РАН. Техническая кибернетика. 1994. № 3. С. 173–185.

Поступила 1.11.2016

Багно Александр Леонидович
аспирант
Уральский федеральный университет
e-mail: bagno.alexander@gmail.com

Тарасьев Александр Михайлович
д-р физ.-мат. наук, зав. отделом
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
профессор
Уральский федеральный университет
e-mail: tam@imm.uran.ru

Ссылка на статью:
А. Л. Багно, А. М. Тарасьев. Свойства стабильности функции цены в задаче оптимального управления с бесконечным горизонтом // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 43–56.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.988.68

ДВУХЭТАПНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ РЕГУЛЯРИЗУЮЩИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ[1]

В. В. Васин, А. Ф. Скурыдина

Для уравнения с нелинейным дифференцируемым оператором, действующим в гильбертовом пространстве, исследуется двухэтапный метод построения регуляризующего алгоритма. А именно сначала используется схема регуляризации Лаврентьева, а затем к регуляризованному уравнению применяется метод Ньютона, либо нелинейные аналоги α-процессов: метод минимальной ошибки, метод минимальной невязки и метод наискорейшего спуска. Для этих процессов устанавливается линейная скорость сходимости и свойство фейеровости итераций. Рассматриваются два случая: оператор задачи является либо монотонным, либо оператор – конечномерный, производная которого имеет неотрицательный спектр. Для двухэтапного метода с монотонным оператором дается оценка погрешности, оптимальная по порядку на классе истокообразно представимых решений. Для второго случая погрешность метода оценивается по невязке. Обсуждаются результаты численного эксперимента при реализации исследуемых методов и их модифицированных аналогов для трехмерных обратных задач гравиметрии и магнитометрии.

Ключевые слова: схема регуляризации Лаврентьева, метод Ньютона, нелинейные α-процессы, двухэтапный метод, обратные задачи гравиметрии и магнитометрии.

MSC: 65J15, 65J20, 45L05

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-57-74

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бакушинский А.Б.** Регуляризующий алгоритм на основе метода Ньютона-Канторовича для решения вариационных неравенств // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1976. Т. 16, № 6. С. 1397–1604.
2. **Bakushinsky A., Goncharsky A.** Ill-posed problems: Theory and applications. Berlin; Boston; London: Kluwer Acad. Publ., 1994. 258 p. (Math. and Its Appl.; vol. 301). doi: 10.1007/978-94-011-1026-6 .
3. **Васин В.В., Акимова Е.Н., Миниахметова А.Ф.** Итерационные алгоритмы ньютоновского типа и их приложения к обратной задаче гравиметрии // Вестн. Южно-Урал. гос. ун-та. 2013. Vol. 6, № 3. С. 26–37.
4. **Vasin V.V.** Modified Newton type processes generating Fejer approximations of regularized solutions to nonlinear equations // Proc. Steklov Inst. Math. 2014. Vol. 284. Suppl. 1. P. S145–S158. doi:10.1134/S0081543814020138 .
5. **Vasin V.V.** Regularized modified α-processes for nonlinear equations with monotone operators // Dokl. Math. 2016. Vol. 94, no. 1. P. 361–364. doi:10.1134/S1064562416040062 .
6. **Куфнер А., Фучик С.** Нелинейные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1988. 308 с.
7. **Vasin V.V., Eremin I.I.** Operators and iterative processes of Fejer Type. Theory and application. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2009. 155 p. (Inverse and Ill-Posed Problems Series 53). ISBN 978-3-11-021819-0 .
8. **Стренг Г.** Линейная алгебра и ее применения. М.: Мир, 1980. 454 с.
9. **Tautenhahn U.** On the method of Lavrentiev regularization for nonlinear ill–posed problems // Inverse Problems. 2002. Vol. 18, no. 1. P. 191–207.
10. **Vasin V.V.** Modified steepest descent method for nonlinear irregular operator equation // Dokl. Math. 2015. Vol. 91, no. 3. P. 300–303. doi: 10.1134/S1064562415030187 .

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 15-01-00629, 15-01-05984, 16-51-50064).

11. **Иванов В.К.** Об оценке устойчивости квазирешений на некомпактных множествах // Известия вузов. Математика. 1974. №5 (144). С. 97–103.
12. **Ivanov V.K., Vasin V.V., Tanana V.P.** Theory of linear Ill-posed problems and its applications. Utrecht: VSP, 2002. 296 p. (Inverse and Ill-Posed Problems; book 36). ISBN-10: 906764367X.
13. Градиентные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на суперкомпьютере "Уран" / Е.Н. Акимова, В.Е. Мисилов, А.Ф. Скурыдина, А.И. Третьяков // Вычислительные методы и программирование. 2015. Vol. 16, № 1. С. 155–164.
14. **Акимова Е.Н., Мисилов В.Е, Дергачев Е.А.** Алгоритмы решения структурной обратной задачи магнитометрии // Тр. 41-й сессии Междунар. семинара им.Д. Г. Успенского / ИГФ УрО РАН. Екатеринбург, 2014. С. 4–6.

Васин Владимир Васильевич
д-р физ.-мат. наук, профессор, чл.-корр. РАН
гл. научный сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
профессор
Уральский Федеральный университет
e-mail: vasin@imm.uran.ru

Поступила 13.10.2016

Скурыдина Алия Фиргатовна
младший науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
ассистент
Уральский Федеральный университет
e-mail: afinapal@gmail.com

Ссылка на статью:
В. В. Васин, А. Ф. Скурыдина. Двухэтапный метод построения регуляризующих алгоритмов для нелинейных некорректных задач // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 57–74.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

К ВОПРОСУ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА[1]

М. И. Гомоюнов, Н. Ю. Лукоянов

В статье рассматривается антагонистическая дифференциальная игра, в которой движение конфликтно-управляемой системы описывается линейными функционально-дифференциальными уравнениями нейтрального типа, а показатель качества состоит из двух слагаемых: первое оценивает историю движения системы, сформировавшуюся к терминальному моменту времени, второе представляет собой интегрально-квадратичную оценку соответствующих реализаций управлений игроков. Для вычисления цены и построения оптимальных законов управления в этой дифференциальной игре предлагается подход, основанный на решении подходящей вспомогательной дифференциальной игры, в которой движение конфликтно-управляемой системы описывается уже при помощи обыкновенных дифференциальных уравнений, а показатель качества содержит оценку движения только в терминальный момент времени. Для нахождения цены и седловой точки во вспомогательной дифференциальной игре используется так называемый метод выпуклых сверху оболочек, который в рассматриваемом случае в силу определенной структуры показателя качества и геометрических ограничений на управляющие воздействия игроков приводит к эффективному решению. Работоспособность предложенного подхода иллюстрируется на примере, представлены результаты численных экспериментов. При этом построенные оптимальные законы управления сравниваются с разработанными авторами ранее процедурами оптимального управления с конечномерными аппроксимирующими поводырями.

Ключевые слова: дифференциальные игры, системы нейтрального типа, оптимальные стратегии управления, численные методы.

MSC: 49N70

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-75-87

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. **Красовский Н.Н.** Управление динамической системой. М.: Наука, 1985. 516 с.
3. **Krasovskii A.N., Krasovskii N.N.** Control under lack of information. Berlin etc.: Birkhäuser, 1995. 322 p.
4. **Субботина Н.Н.** Универсальные оптимальные стратегии в позиционных дифференциальных играх // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19, № 11. С. 1890–1896.
5. **Ушаков В.Н.** К свойству стабильности в игровой задаче о сближении с фиксированным моментом окончания // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 7. С. 1034–1046.
6. **Гомоюнов М.И., Лукоянов Н.Ю., Плаксин А.Р.** Существование цены и седловой точки в позиционных дифференциальных играх для систем нейтрального типа // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2016. Т. 22, № 2. С. 101–112. doi: 10.21538/0134-4889-2016-22-2-101-112.
7. **Красовский Н.Н.** Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959. 211 с.
8. **Лукоянов Н.Ю.** К вопросу вычисления цены дифференциальной игры для позиционного функционала // Прикл. математика и механика. 1998. Т. 62, вып. 2. С. 188–198.
9. **Лукоянов Н.Ю.** Об одной дифференциальной игре с интегральным критерием качества // Дифференц. уравнения. 1994. Т 30, № 11. С. 1905–1913.
10. **Лукоянов Н.Ю., Решетова Т.Н.** Задачи конфликтного управления функциональными системами высокой размерности // Прикл. математика и механика. 1998. Т. 62, вып. 4. С. 586–597.

[1]Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 15-11-10018).

11. **Гомоюнов М.И., Лукоянов Н.Ю.** Оптимизация гарантии в функционально-дифференциальных системах с последействием по управлению // Прикл. математика и механика. 2012. Т. 76, вып. 4. С. 515–525.
12. **Гомоюнов М.И.** Линейно-выпуклые задачи оптимизации гарантии при запаздывании в управлении // Изв. ИМИ УдГУ. 2015. Вып. 1(45). С. 37–105.
13. **Gomoyunov M., Plaksin A.** On a problem of guarantee optimization in time-delay systems // IFAC PapersOnLine. 2015. Vol. 48, iss. 25. P. 172–177. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.11.079 .
14. **Лукоянов Н.Ю.** Конечномерные поводыри систем нейтрального типа // Междунар. конф. "Динамические системы: обратные задачи, устойчивость и процессы управления", посвящен. 80-летию акад. Ю.С. Осипова (Москва, 22–23 сентября 2016 г.): тез. докл. С. 67–70.
15. **Hale J.K., Lunel S.M.V.** Introduction to functional differential equations. New York: Springer-Verlag, 1993. 447 p. (Appl. Math. Sci.; vol. 99).
16. **Hale J.K., Meyer K.R.** A class of functional equations of neutral type // Mem. Amer. Math. Soc. 1967. Vol. 76. 65 p.
17. **Kent G.A.** Optimal control of functional differential equations of neutral type // Thesis (Ph.D.)–Brown University. Ann Arbor: ProQuest LLC, 1971. 132 p.

Гомоюнов Михаил Игоревич
канд. физ.-мат. наук
старший науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
Уральский федеральный университет
e-mail: m.i.gomoyunov@gmail.com

Поступила 8.11.2016

Лукоянов Николай Юрьевич
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр., профессор
директор
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
Уральский федеральный университет
e-mail: nyul@imm.uran.ru

Ссылка на статью:
М. И. Гомоюнов, Н. Ю. Лукоянов. К вопросу численного решения дифференциальных игр для линейных систем нейтрального типа // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 75–87.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.27

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ПОЛУНЕПРЕРЫВНЫХ СВЕРХУ ФУНКЦИЙ, ОПРЕДЕЛЕННЫХ НА БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ НОРМИРОВАННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ, В ВИДЕ НИЖНИХ ОГИБАЮЩИХ СЕМЕЙСТВ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ[1]

В. В. Гороховик

Известно, что вещественнозначная функция, определенная на метрическом пространстве, полунепрерывна сверху (снизу) в том и только том случае, когда она является нижней (верхней) огибающей некоторого семейства непрерывных функций. В статье для функций, определенных на вещественных нормированных пространствах, этот классический результат уточняется следующим образом: ограниченная сверху (снизу) вещественнозначная функция, определенная на нормированном пространстве, полунепрерывна сверху (снизу) тогда и только тогда, когда она может быть представлена как нижняя (верхняя) огибающая семейства выпуклых (вогнутых) функций, удовлетворяющих на всем пространстве условию Липшица. Показано, что для положительно однородных функций требование ограниченности сверху (снизу) может быть опущено: положительно однородная функция, определенная на нормированном пространстве, полунепрерывна сверху (снизу) в том и только том случае, когда она является нижней (верхней) огибающей семейства непрерывных сублинейных (суперлинейных) функций. Данная характеристика распространяет на произвольные нормированные пространства аналогичное утверждение, ранее доказанное В. Ф. Демьяновым и А. М. Рубиновым для положительно однородных функций, определенных на конечномерных пространствах, и распространенное А. Удерзо на случай равномерно выпуклых банаховых пространств. Этот результат позволяет распространить на негладкие функции, определенные на нормированных пространствах, понятия верхнего и нижнего экзостеров, введенные в конечномерных пространствах В. Ф. Демьяновым.

Ключевые слова: полунепрерывные функции, верхние и нижние огибающие, выпуклые и вогнутые функции, условие Липшица, положительно однородные функции.

MSC: 49J52, 54C35, 26B25

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-88-102

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Демьянов В.Ф., Рубинов А.М.** Элементы квазидифференциального исчисления // Негладкие задачи теории оптимизации и управления. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. С. 5–127.
2. **Демьянов В.Ф., Рубинов А.М.** Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. М.: Наука, 1990. 432 с.
3. **Demyanov V.F.** Exhausters of a positively homogeneous function // Optimization. 1999. Vol. 45, no. 1. P. 13–29.
4. **Demyanov V.F.** Exhausters and convexificators — new tools in nonsmooth analysis // Quasidifferentiability and Related Topics / eds. V. F. Demyanov, A. M. Rubinov. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2000. P. 85–137. (Nonconvex Optim. Appl.; vol. 43). doi: 10.1007/978-1-4757-3137-8_4.
5. **Пшеничный Б.Н.** Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980. 319 с.
6. **Рокафеллар Р.Т.** Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973. 469 с.
7. **Гороховик В.В.** Выпуклые и негладкие задачи векторной оптимизации. Минск: Наука и техника, 1990. 239 с.; 2-е изд.: Москва: УРСС, 2012. 256 с.
8. **Gorokhovik V.V., Trafimovich M.F.** Positively homogeneous functions revisited // J. Optim. Theory Appl. 2016. Vol. 171, no. 2. P. 481–503. doi: 10.1007/s10957-016-0891-4.

[1]Работа выполнена при поддержке БРФФИ (проект Ф15-035).

9. **Uderzo A.** Convex approximators, convexificators and exhausters: applications to constrained extremum problems // Quasidifferentiability and Related Topics / eds. V. F. Demyanov, A. M. Rubinov. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2000. P. 297–327. (Nonconvex Optim. Appl.; vol. 43). doi: 10.1007/978-1-4757-3137-8_12.
10. **Гороховик В.В., Гороховик С.Я.** Критерий глобальной эпилипшицевости множеств // Изв. АН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 1995. № 1. С. 118–120.
11. **Келли Дж.Л.** Общая топология. М.: Наука, 1981. 432 с.
12. **Valentine A.F.** Convex Sets. New York: McGraw-Hill Book Company, 1964. 238 p.
13. **Smith C.R.** A characterization of star-shaped sets // American Math. Monthly. 1968. Vol. 75, no. 4. P. 386.
14. **Gorokhovik V.V., Zorko O.I.** Piecewise affine functions and polyhedral sets // Optimization. 1994. Vol. 31, no. 2. P. 209–221. doi: 10.1080/02331939408844018.
15. Приближенное решение операторных уравнений / М. А. Красносельский, Г. М. Вайникко, П. П. Забрейко, Я. Б. Рутицкий, В. Я. Стеценко. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. 456 с.
16. **Бурбаки Н.** Общая топология. Использование вещественных чисел в общей топологии. Функциональные пространства: Сводка результатов: Словарь. М.: Наука, 1975. 408 с.
17. **Хаусдорф Ф.** Теория множеств. М.; Л.: Объединен. науч.-техн. изд-во НКТП СССР. Гл. ред. техн.-теорет. лит., 1937. 304 с.
18. **Castellani M.** A dual representation for proper positively homogeneous functions // J. Global Optim. 2000. Vol. 16, no. 4. P. 393–400. doi: 10.1023/A:1008394516838.
19. **Castellani M.** Dual representation of classes of positively homogeneous functions // Quasidifferentiability and Related Topics / eds. V. F. Demyanov, A. M. Rubinov. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2000. P. 73–84. (Nonconvex Optim. Appl.; vol. 43). doi: 10.1007/978-1-4757-3137-8_3.

Гороховик Валентин Викентьевич
д-р физ.-мат. наук, профессор,
чл.-корр. НАН Беларуси
зав. отделом
Институт математики НАН Беларуси
e-mail: gorokh@im.bas-net.by

Поступила 28.10.2016

Ссылка на статью:
В. В. Гороховик. О представлении полунепрерывных сверху функций, определенных на бесконечномерных нормированных пространствах, в виде нижних огибающих семейств выпуклых функций // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 88–102.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977.1

ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ГРАНИЧНЫХ ТОЧЕК МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ ПРИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ[1]

М. И. Гусев , И. В. Зыков

Известно, что управление, переводящее траекторию управляемой системы на границу множества достижимости, удовлетворяет принципу максимума Понтрягина. Этот факт справедлив для систем с поточечными ограничениями на управление. В данной работе мы рассмативаем систему с интегральными квадратичными ораничениями. Рассматриваемая управляемая система нелинейна по фазовым переменным и линейна по управлению. Показано, что любое допустимое управление, переводящее систему на границу множества достижимости, является локальным решением некоторой задачи оптимального управления с интегральным квадратичным функционалом, если соответствующая линеаризованная система вполне управляема. Доказательство данного факта опирается на теорему Грейвса для накрывающих отображений. Отсюда следует принцип максимума для управлений, ведущих на границу множества достижимости. В работе обсуждается также алгоритм построения множества достижимости, основанный на принципе максимума.

Ключевые слова: Управляемая система, интегральные ограничения, множество достижимости, принцип максимума.

MSC: 93B03

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-103-115

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
2. **Куржанский А.Б.** Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977. 392 с.
3. **Субботин А. И., Ушаков В. Н.** Альтернатива для дифференциальной игры сближения-уклонения при интегральных ограничениях на управления игроков // Прикл. математика и механика. 1975. Т. 39, № 3. С. 387–396.
4. **Ухоботов В.И.** Об одном классе дифференциальных игр с интегральными ограничениями // Прикл. математика и механика. 1977. Т. 41, № 5. С. 819–824.
5. **Ушаков В.Н.** Экстремальные стратегии в дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Прикл. математика и механика. 1972. Т. 36, № 1. С. 15–23.
6. **Polyak B.T.** Convexity of the reachable set of nonlinear systems under l2 bounded controls // Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. Ser. A: Math. Anal. 2004. Vol. 11. P. 255–267.
7. **Huseyin N., Huseyin A.** Compactness of the set of trajectories of the controllable system described by an affineintegral equation // Appl. Math. Comput. 2013. Vol. 219. P. 8416–8424. doi: 10.1016/j.amc.2013.03.005 .
8. **Guseinov Kh. G., Nazlipinar A. S.** Attainable sets of the control system with limited resources // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16, № 5. С. 261–268.
9. The approximation of reachable sets of control systems with integral constraint on controls / K.G. Guseinov, O. Ozer, E. Akyar, V.N. Ushakov // NoDEA Nonlinear Diff. Equat. Appl. 2007. Vol. 14, no. 1-2. P. 57–73. doi: 10.1007/s00030-006-4036-6 .
10. **Куржанский А.Б., Пищулина И.Я.** Минимаксная фильтрация при квадратичных ограничениях I–III // Дифференц. уравнения. 1976. Т. 12, № 8. С. 1434–1446; № 9. С. 1568–1579; № 12. С. 2149–2158.

[1]Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект №16-11-10146.

11. **Ананьев Б.И.** О коррекции движения при коммуникационных ограничениях // Автоматика и телемеханика. 2010. № 3. С. 3–15.
12. **Gusev M.I.** On optimal control problem for the bundle of trajectories of uncertain system // LSSC 2009: Large-Scale Scientific Computing. 2010. P. 286–293. (Lecture Notes in Computer Sciences; vol. 5910). doi: 10.1007/978-3-642-12535-5_33 .
13. Метод характеристик для уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана / Н.Н. Субботина, Е.А. Колпакова, Т.Б. Токманцев, Л.Г. Шагалова. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2013. 244 с.
14. **Ли Э.Б., Маркус Л.** Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 с.
15. **Васильев Ф.П.** Методы оптимизации. М.: Факториал пресс, 2002. 824 с.
16. **Иоффе А.Д.** Метрическая регулярность и субдифференциальное исчисление // Успехи мат. наук. 2000. Т. 55, № 3 (333). P. 103–162. doi: 10.4213/rm292 .
17. **Беккенбах Э., Беллман Р.** Неравенства. М.: Наука, 1965. 276 с.
18. **Арутюнов А.В., Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М.** Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения. М.: Факториал пресс, 2006. 144 с.
19. **Cockayne E. J., Hall G. W. C.** Plane motion of a particle subject to curvature constraints // SIAM J. Control. 1975. Vol. 13, no. 1. P. 197–220. doi:10.1137/0313012 .
20. **Пацко В. С., Пятко С. Г., Федотов А. А.** Трехмерное множество достижимости нелинейной управляемой системы // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 3. С. 320–328.
21. **Gusev M.I., Zykov I.V.** A numerical method for solving linear–quadratic control problems with constraints // Ural Math. J. 2016. Vol. 2, no. 2. P. 108–116. doi: 10.15826/umj.2016.2.009 .

Поступила 31.10.2016

Гусев Михаил Иванович
д-р физ.-мат. наук
ведущий научн. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: gmi@imm.uran.ru

Зыков Игорь Владимирович
аспирант
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: zykoviustu@mail.ru

Ссылка на статью:
М. И. Гусев , И. В. Зыков. Об экстремальных свойствах граничных точек множеств достижимости управляемых систем при интегральных ограничениях// Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 103–115.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

АППРОКСИМАЦИЯ СЕЧЕНИЙ МНОЖЕСТВА ТРАЕКТОРИЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ УПРАВЛЕНИЙ

А. Гусейин, Н. Гусейин, Х. Г. Гусейнов

Изучается аппроксимация множества траекторий управляемой системы, описываемой интегральным уравнением Урысона. Предполагается, что ресурс управлений системой является ограниченным. Замкнутый шар пространства L_p, $p > 1$, с радиусом r и центром в начале координат выбирается в качестве множества допустимых управлений. Шаг за шагом множество допустимых управлений заменяется множеством, которое состоит из конечного числа управляющих функций и порождает конечное число траекторий. Доказывается, что сечения множества траекторий могут быть аппроксимированы с сечениями множества, состоящего из конечного числа траекторий.

Интегральное уравнение Урысона, управляемая система, интегральное ограничение, множество траекторий, аппроксимация.

MSC: 93B03, 49M25, 65R20, 45G15

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-116-127

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chentsov A.G.** Approximative realization of integral constraints and generalized constructions in the class of vector finitely additive measures // Proc. Steklov Inst. Math. 2002. Suppl. 2. P. S10–S60.
2. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением: Линейные системы. М.: Наука, 1968. 476 с.
3. **Красовский Н.Н., Субботин А.И., Ушаков В.Н.** Минимаксная дифференциальная игра // Докл. АН СССР. 1972. Т. 206, № 2. С. 277–280.
4. **Subbotina N.N., Subbotin A.I.** Alternative for the encounter-evasion differential game with constraints on the momenta of the players controls // J. Appl. Math. Mech. 1975. Vol. 39, no. 3. P. 376–385.
5. **Vdovina O.I., Sesekin A.N.** Numerical construction of attainability domains for systems with impulse control // Proc. Steklov Inst. Math. 2005. Suppl. 1. P. S246–S255.
6. **Ухоботов В.И.** Метод одномерного проектирования в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями. Челябинск: Изд-во ЧелГУ, 2005. 124 с.
7. **Angell T.S., George R.K., J.P. Sharma J.P.** Controllability of Urysohn integral inclusions of Volterra type // Electron. J. Diff. Equat. 2010. Vol. 79. P. 1–12.
8. **Bennati M.L.** An existence theorem for optimal controls of systems defined by Uryson integral equations // Ann. Mat. Pura. Appl. 1979. Vol. 121, no. 4. P. 187–197.
9. **Huseyin A., Huseyin N., Guseinov Kh.G.** Approximation of the sections of the set of trajectories of the control system described by a nonlinear Volterra integral equation // Math. Model. Anal. 2015. Vol. 20, no. 4. P. 502–515.
10. **Гусейин Н., Гусейин А., Гусейнов Х.Г.** Аппроксимация множества траекторий управляемой системы, описываемой интегральным уравнением Урысона // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, № 2. С. 59–72.
11. **Matviichuk A.R., Ushakov V.N.** On the construction of resolving controls in control problems with phase constraints // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2006. Vol. 45, no. 1. P. 1–16. doi: 10.1134/S1064230706010011 .
12. **Huseyin A.** On the existence of ε-optimal trajectories of the control systems with constrained control resources // Commun. Fac. Sci. Univ. Ank. Ser. A1 Math. Stat. 2017. Vol. 66, no. 1. P. 75–84. doi: 10.1501/Commua1_0000000776 .

13. **Aubin J.-P., Frankowska H.** Set-valued analysis. Boston: Birkhäuser, 1990. 461 p.
14. **Huseyin A.** On the approximation of the set of trajectories of control system described by a Volterra integral equation // Nonlin. Anal. Model. Contr. 2014. Vol. 19, no. 2. P. 199-208.

Поступила 10.08.2016

Гусейин Анар
д-р философии, старший преподаватель
исследователь
Университет Джумхурийет, Турция
e-mail: ahuseyin@cumhuriyet.edu.tr

Гусейин Несир
д-р философии, старший преподаватель
исследователь
Университет Джумхурийет, Турция
e-mail: nhuseyin@cumhuriyet.edu.tr

Гусейнов Халик Гаракиши оглы
д-р физ.-мат. наук, профессор
исследователь
Университет Анадолу, Турция
e-mail: kguseynov@anadolu.edu.tr

Ссылка на статью:
А. Гусейин, Н. Гусейин, Х. Г. Гусейнов. Аппроксимация сечений множества траекторий управляемой системы с ограниченными ресурсами управлений // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 116–127.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ВЫПУКЛОЙ ОБЛАСТИ[1]

А. Р. Данилин

Рассматривается задача оптимального распределенного управления в плоской выпуклой области с гладкой границей и малым параметром при старших производных эллиптического оператора. На границе области в этой задаче задано нулевое условие Дирихле, а управление аддитивно входит в неоднородность. В качестве множества допустимых управлений используется единичный шар в соответствующем пространстве функций, суммируемых с квадратом. Решение получающихся краевых задач рассматриваются в обобщенном смысле как элементы некоторого гильбертова пространства. В качестве критерия оптимальности выступает сумма квадрата нормы отклонения состояния от заданного и квадрата нормы управления с некоторым коэффициентом. Такая структура критерия оптимальности позволяет, при необходимости, усилить роль либо первого, либо второго слагаемого в этом критерии. В первом случае более важным является достижение заданного состояния, а во втором случае — минимизация ресурсных затрат. Подробно изучена асимптотика задачи, порожденная оператором Лапласа с малым коэффициентом, к которому прибавлен дифференциальный оператор первого порядка. Особенностью задачи является наличие характеристик предельного оператора, которые касаются границы области. Получено полное асимптотическое разложение по степеням малого параметра решения задачи в случае, когда оптимальное управление есть внутренняя точка множества допустимых управлений.

Ключевые слова: сингулярные задачи, оптимальное управление, краевые задачи для систем уравнений в частных производных, асимптотические разложения.

MSC: 35C20, 35B25, 76M45, 93C70

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-128-142

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лионс Ж.-Л.** Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972. 414 с.
2. **Ильин А.М.** Согласование асимтотических разложений решений краевых задач. М.: Наука, 1989. 336 р.
3. **Данилин А.Р.** Аппроксимация сингулярно возмущенной эллиптической задачи оптимального управления // Мат. сб. 2000. Т. 191, № 10. С. 3–12.
4. **Данилин А.Р.** Асимптотика решений системы сингулярных эллиптических уравнений в прямоугольнике // Мат. сб., 2003. Т. 194, № 1. С. 31–60.
5. **Капустян В.Е.** Асимптотика ограниченных управлений в оптимальных эллиптических задачах // Докл. АН Украины. Математика, естествознание, технические науки. 1992. № 2. С. 70–74.
6. **Капустян В.Е.** Оптимальные бисингулярные эллиптические задачи с ограниченным управлением // Докл. АН Украины. 1993. № 6. С. 81–85.
7. **Данилин А.Р.** Оптимальное граничное управление в области с малой полостью // Уфим. мат. журн. 2012. Т. 4, № 2. С. 87-–100.
8. **Lax P. D., Milgram A. N.** Parabolic equations. Contributions to theory of partial differential equations // Ann. Math. Studies. 1954. Vol. 33. P. 167–190.
9. **Гилбарг Д., Трудингер Н.** Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. М: Наука, 1989. 464 с.
10. **Данилин А.Р., Зорин А.Р.** Асимптотическое разложение решения задачи оптимального граничного управления // Докл. АН. 2011. Т. 440, № 4. С. 449-452.

[1]Работа выполнена при частичной поддержке Программы повышения конкурентоспособности ведущих университетов РФ (Соглашение с Минобрнауки РФ 02.A03.21.0006 от 27 августа 2013 г.).

11. **Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н.** Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М: Наука, 1964. 565 с.
12. **Соболев С.Л.** Некоторые применения функционального анализа в математической физике. 3-е изд. перераб. и доп. М: Наука, 1988. 336 с.

Данилин Алексей Руфимович
д-р физ.-мат. наук, профессор
зав. отделом
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
профессор
Института математики и компьютерных наук
Уральского федерального университета
e-mail: dar@imm.uran.ru

Поступила 30.06.2016

Ссылка на статью:
А. Р. Данилин. Симптотика решения сингулярной задачи оптимального распределенного управления в выпуклой области // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 128–142.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВА РАЗРЕШИМОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ С ПРОСТЫМИ ДВИЖЕНИЯМИ И НЕВЫПУКЛЫМ ТЕРМИНАЛЬНЫМ МНОЖЕСТВОМ[1]

Л. В. Камнева, В. С. Пацко

Рассматриваются антагонистические дифференциальные игры на плоскости с простыми движениями, фиксированным моментом окончания и многоугольным терминальным множеством. Геометрическое ограничение на управление каждого из игроков является выпуклым многоугольником или отрезком. Для выпуклого терминального множества известна явная формула, описывающая множество разрешимости задачи (множество уровня функции цены, максимальный u-стабильный мост, множество выживаемости). Соответствующий этой формуле алгоритм опирается на операции алгебраической суммы и геометрической разности (разности Минковского). В статье предлагается алгоритм точного построения множества разрешимости для случая многоугольного невыпуклого терминального множества. При этом не требуется дополнительного разбиения рассматриваемого промежутка времени и восстановления промежуточных множеств разрешимости в дополнительные моменты. Алгоритм заключается в формировании и последующей конечной рекурсивной обработке списка полупространств в трехмерном пространстве времени и фазовых координат. Список строится на основе многоугольного терминального множества с использованием нормалей многоугольных ограничений на управления игроков.

Ключевые слова: дифференциальные игры с простыми движениями на плоскости, множество разрешимости, попятная процедура.

MSC: 49N70, 49M25, 93B03, 49L25

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-143-157

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Айзекс Р.** Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 480 с.
2. **Kumkov S.S., Le Menec S., Patsko V.S.** Zero-sum Pursuit-Evasion differential games with many objects: Survey of publications // Dyn. Games Appl. 2016. P. 1–25. doi: 10.1007/s13235-016-0209-z.
3. **Красовский Н.Н.** Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. 420 с.
4. **Krasovskii N.N., Subbotin A.I.** Game-theoretical control problems. New York: Springer-Verlag, 1988. 518 p.
5. **Пшеничный Б.Н., Сагайдак М.И.** О дифференциальных играх с фиксированным временем // Кибернетика. 1970. № 2. С. 54–63.
6. **Субботин А.И.** Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка: перспективы динамической оптимизации. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2003. 336 с.
7. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
8. **Субботин А.И.** Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона — Якоби. М.: Наука, 1991. 216 с.
9. **Понтрягин Л.С.** Линейные дифференциальные игры, II // Докл. АН СССР. 1967. Т. 175, № 4. С. 764–766.
10. **Хадвигер Г.** Лекции об объеме, площади поверхности и изопериметрии. М.: Наука, 1966. 416 с.
11. **Kamneva L.V., Patsko V.S.** Maximal stable bridge in game with simple motions in the plane // Advances in Dynamic and Evolutionary Games: Theory, Applications, and Numerical Methods / eds. Frank Thuijsman, Florian Wagener. 2016. P. 139–163. (Ann. Internat. Soc. Dynam. Games; vol. 14). doi: 10.1007/978-3-319-28014-1.

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15-01-07909) и Программы Президиума РАН “Математические задачи современной теории управления”.

Камнева Людмила Валерьевна
канд. физ.-мат. наук
старший науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
Уральский федеральный университет
e-mail: kamneva@imm.uran.ru

Поступила 19.12.2016

Пацко Валерий Семенович
канд. физ.-мат. наук
зав. сектором
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
Уральский федеральный университет
e-mail: patsko@imm.uran.ru

Ссылка на статью:
Л. В. Камнева, В. С. Пацко. Построение множества разрешимости в дифференциальных играх с простыми движениями и невыпуклым терминальным множеством // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 143–157.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

О РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ГАМИЛЬТОНА — ЯКОБИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА[1]

Е. А. Колпакова

Статья посвящена исследованию системы уравнений первого порядка типа Гамильтона — Якоби. Рассматривается сильно связанная иерархическая система: первое уравнение не зависит от второго, а гамильтониан второго уравнения зависит от градиента решения первого уравнения. Данная система допускает последовательное решение. Решение первого уравнения понимается в смысле теории минимаксных (вязкостных) решений и получается с использованием формулы Лакса — Хопфа. Подстановка решения первого уравнения во второе уравнение Гамильтона — Якоби приводит к уравнению Гамильтона — Якоби с разрывным гамильтонианом. Его решение основано на концепции М-решений, введенной А. И. Субботиным и выбирается в классе многозначных отображений. Таким образом, решение исходной системы является прямым произведением однозначного и многозначного отображений, удовлетворяющих первому и второму уравнениям в минимаксном смысле и в смысле М-решений. Для случая, когда решение первого уравнения недифференцируемо лишь вдоль одной линии Ранкино — Гюгонио доказаны теоремы существования и единственности. Для решения системы получена репрезентативная формула в терминах характеристик Коши. Исследованы свойства решения и их зависимость от параметров задачи.

Ключевые слова: система уравнений Гамильтона — Якоби, минимаксное решение, М–решение, метод характеристик Коши.

E. A. Kolpakova. On the solution of a system of Hamilton–Jacobi equations of special form.

MSC: 35D35, 49J15, 49J53

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-158-170

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Friedman A.** Differential games. Courier corporation, 2013. 368 p.
2. **Bressan A., Shen W.** Small BV solutions of hyperbolic noncooperative differential games // SIAM J. Control Optim. 2004. Vol. 43, no. 1. P. 194–215. doi: 10.1137/S0363012903425581 .
3. **Averboukh Yu.** Universal Nash equilibrium strategies for differential games // J. Dyn. Control Syst. 2015. Vol. 21, no. 3. P. 329–350. doi: 10.1007/s10883-014-9224-9 .
4. **Ostrov D.N.** Nonuniqueness in systems of Hamilton–Jacobi equations // Optimal Control, Stabilization and Nonsmooth Analysis. Berlin: Springer, 2004. Vol. 301. P. 49–59 (Lect. Notes Control Inf. Sci.; vol. 301). doi: 10.1007/978-3-540-39983-4_3 .
5. **Zheng Y.P., Basar T., Cruz J.B.** Stackelberg strategies and incentives in multiperson deterministic decision problems // IEEE Trans. Syst. Man Cybern. 1984. Vol. 14. P. 10–24. doi: 10.1109/TSMC.1984.6313265 .
6. **Huang F.** Existence and uniqueness of discontinuous solutions for a class of nonstrictly hyperbolic systems // Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A. 1997. No. 6. P. 1193–1205. doi: 10.1017/S0308210500027013 .
7. **Шелкович В.М.** Условия Ренкина — Гюгонио и балансовые законы для δ-ударных волн // Фундаментальная и прикл. математика. 2006. Т. 12, вып. 6. С. 213–229.
8. **Субботин А.И.** Обобщенные решения уравнения в частных производных первого порядка: перспективы динамической оптимизации. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 336 с.

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №14-01-00168).

9. **Лахтин А.С., Субботин А.И.** Многозначные решения уравнений с частными производными первого порядка // Мат. сб. 1998. Т. 189. С. 33–59.
10. Метод характеристик для уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана / Н.Н. Субботина, Е.А. Колпакова, Т.Б. Токманцев, Л.Г. Шагалова. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2013. 244 с.
11. **Subbotina N.N.** The method of characteristics for Hamilton–Jacobi equation and its applications in dynamical optimization // J. Math. Sci. 2006. Vol. 135, no. 3. P. 2955–3091. (Modern Math. Appl.; vol. 20). doi: 10.1007/s10958-006-0146-2 .
12. **Колпакова Е.А.** Обобщенный метод характеристик в теории уравнений Гамильтона — Якоби и законов сохранения// Тр. Института математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16, №5. С. 95–102.
13. **Evans L.C.** Partial differential equations. Providence: Amer. Math. Soc., 1998. 662 p. (Grad. Stud. Math.; vol. 19.) ISBN 0-8218-0772-2 .
14. **Crandall M.G, Lions P.L.** Viscosity solutions of Hamilton–Jacobi equations // Trans. Amer. Math. Soc. 1983. Vol. 277. P. 1–42. doi: 10.1090/S0002-9947-1983-0690039-8 .
15. **Олейник О.А.** Задача Коши для нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с разрывными начальными условиями // Тр. Моск. мат. общества. 1956. Т. 5. С. 433–454.
16. **Dafermos C.M.** Hyperbolic conservation laws in continuum physics. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. 636 p. (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften).
doi: 10.1007/978-3-642-04048-1 .

Колпакова Екатерина Алексеевна
канд. физ.-мат. наук,
старший науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: kolpakova@imm.uran.ru

Поступила 30.10.2016

Ссылка на статью:
Е. А. Колпакова. О решении системы уравнений Гамильтона — Якоби специального вида // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 158–170.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 004.932

МОРФОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЕКТОР В МЕТРИКЕ L_0 И ЗАДАЧА ЛОКАЛИЗАЦИИ СТРУКТУРНЫХ РАЗЛИЧИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В. Б. Костоусов, Д. С. Перевалов

В работе рассматривается задача локализации структурных различий двух изображений, которые представлены борелевскими функциями на ограниченном подмножестве плоскости. Для случая конечнозначных изображений предложен новый алгоритм вычисления области различий, основанный на морфологической проекции в метрике L_0, и показано, что он дает точное решение для достаточно широкого класса структурных различий. Оказалось, что алгоритм, основанный на морфологической проекции в L_2, не дает точного решения в классе ограниченных структурных изменений. Для случая дискретных изображений, когда одно из них зашумлено дискретным независимым нормальным белым шумом, построен алгоритм вычисления области различий и показано, что симметрическая мера разности результата работы алгоритма и истинного множества различий стремится по вероятности к нулю при неограниченном росте отношения величины минимального скачка яркости к среднеквадратическому отклонению шума. Получена новая оценка положения точек глобального максимума гауссовой смеси специального вида.

Ключевые слова: морфологический анализ изображений, морфологический проектор, гауссова смесь, метрика L_0, структурные различия.

MSC: 62M40, 65D18, 68U10

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-171-187

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пытьев Ю.П.** Морфологические понятия в задачах анализа изображений // Докл. АН СССР. 1975. Т. 224, №. 6. С. 1283–1286.
2. **Пытьев Ю.П., Чуличков А.И.** Методы морфологического анализа изображений. М.: Физматлит, 2010. 336 с. ISBN: 978-5-9221-1225-3.
3. **Визильтер Ю.В.** Обобщенная проективная морфология // Компьютерная оптика. 2008. Т. 32, № 4. С. 384–399. ISSN 0134-2452 .
4. **Перевалов Д.С.** Предельная теорема для смещенной метрики Хэмминга в задаче классификации с известным уровнем структурного шума // Современные проблемы математики и ее приложения: тр. 45-й Междунар. мол. шк.-конф. / ИММ УрО РАН; УрФУ. Екатеринбург, 2014. С. 208–211.
5. **Корнилов Ф.А.** Разработка методов распознавания структурных различий изображений: автореф. дис. . . . канд. физ.-мат. наук. Челябинск, 2015, 16 с.
6. **Корнилов Ф.А., Перевалов Д.С.** Об одной проблеме оптимизации, возникающей при использовании метрики Хэмминга в задаче структурного сравнения изображений // Математическое программирование и приложения: 15-я Всерос. конф. / ИММ УрО РАН. Екатеринбург, 2015. С. 156–157.
7. Use of the zero norm with linear models and kernel methods / J. Weston, A. Elisseff, B. Schoelkopf, M. Tipping // J. Mach. Learn. Res. 2003. Vol. 3. Spec. Issue Var. Feature Sel. P. 1439–1461.
8. **Groötschel M., Lovász L.** Combinatorial optimization // Handbook of Combinatorics / eds. R.O. Graham, M. Grötschel, L. Lovász. Amsterdam: Elsevier Science B.V., 1995. Vol. 2. P. 1341–1598.
9. **Hamming R.W.** Error detecting and error correcting codes // Bell System Tech. J. 1950. Vol. 29, no. 2. P. 147–160. doi: 10.1002/j.1538-7305.1950.tb00463.x .
10. **Everitt B., Hand D.J.** Finite mixture distributions. London; New York: Chapman and Hall, 1981. 143 p. (Ser. Book Monographs on Applied Probability and Statistics.) doi: 10.1007/978-94-009-5897-5 .
11. **Robertson C.A., Fryer J.G.** Some descriptive properties of normal mixture // Scandinavian Actuarial J. 1969. Vol. 1969, iss. 3-4. P. 137–146. doi: 10.1080/03461238.1969.10404590 .

12. **Behboodian J.** On the modes of a mixture of two normal distributions // Technometrics. 1970. Vol. 12, no. 1. P. 131–139. doi: 10.2307/1267357 .
13. **Апраушева Н. Н., Сорокин С. В.** Об унимодальности простейшей гауссовой смеси // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2004. Т. 44, № 5. С. 838–846.
14. **Schilling M.F., Watkins A.E., Watkins W.** Is human height bimodal? // Amer. Statist. 2002. Vol. 56, no. 3. P. 223–229.
15. **Якубов В.П.** Статистическая радиофизика: уч. пособие. Томск: Изд. НТЛ, 2006. 132 с.
16. **Glivenko V.** Sulla determinazione empirica della legge di probabilita // Giorn. Ist. Ital. Attuari. 1933. Vol. 4. P. 92–99.
17. **Cantelli F.P.** Sulla determinazione empirica delle leggi di probabilita // Giorn. Ist. Ital. Attuari. 1933. Vol. 4. P. 221–424.
18. **Roxy P., Devore J.L.** Statistics: The Exploration and analysis of data. New York etc.: Cengage Learning, 2011. 816 p. ISBN-10: 0495390879 .
19. Изображение Lena. The USC-SIPI Image Database. URL: http://sipi.usc.edu/database/database.php?volume=misc &image=12 .

Костоусов Виктор Борисович
канд. физ.-мат. наук
зав. отделом
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: vkost@imm.uran.ru

Поступила 22.11.2016

Перевалов Денис Сергеевич
науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: perevalovds@imm.uran.ru

Ссылка на статью:
В. Б. Костоусов, Д. С. Перевалов. Морфологический проектор в метрике L_0 и задача локализации структурных различий изображений // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 171–187.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977, 630*624

БИЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ РУБКОЙ ЛЕСА[1]

А. А. Красовский, А. С. Платов

В предложенной математической модели управляющий лесом в каждый момент времени принимает решение о рубке деревьев определенного типа (породы) и возраста (возрастной группы) с целью максимизации прибыли. При планировании лесозаготовки управляющий ориентируется на ценовые прогнозы и учитывает экономические затраты. В работе для решения дискретно-временной задачи оптимального управления, возникающей в модели, применяется принцип максимума Л. С. Понтрягина. Решение получено в конструктивном виде без больших вычислительных затрат, связанных с высокой размерностью задачи. В статье представлены аналитические результаты, поясняющие оптимальное решение. Для достаточно общей постановки задачи получено условие оптимальности, отвечающее управлению релейного типа. Условие включает в себя дискретную динамику сопряженной переменной, трактуемой как теневая цена древесины. Полученное правило интерпретируется как динамическая оценка рациональности рубки древостоя определенного типа и возраста. Структурная гибкость предложенной математической модели способствует практическому применению в менеджменте леса. При доказательстве теоретических результатов в статье предложен метод, который не встречался авторам в литературе.

Ключевые слова: принцип максимум Понтрягина, дискретная модель управления лесом.

MSC: 93C55, 49J30, 91B76
DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-188-194

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Faustmann M.** Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirthschaft besitzen // Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung. 1849. S. 441–455.
2. **Clark C.** Mathematical bioeconomics: the optimal management of renewable resources. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1990. 400 p. ISBN-10: 0471508837.
3. Лесные ресурсы: динамика, прогнозирование и оптимальное управление / Г.Н. Коровин, Н.В. Зукерт, М.Д. Корзухин, В.В. Нефедьев; науч. ред. М.Д. Корзухин; авт. вступит. ст. В.В. Нефедьев / Центр по проблемам экологии и продуктивности лесов Российской академии наук. М., 2013. 176 с.
4. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. 2-е изд. М.: Наука, 1969. 393 с.
5. **Болтянский В.Г.** Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1973. 446 с.
6. **Reed W.J., Errico D.** Optimal harvest scheduling at the forest level in the presence of the risk of fire // Can. J. For. Res. 1986. Vol. 16, no. 2. P. 266–278. doi:10.1139/x86-047.
7. **Sohngen B., Mendelsohn R., Sedjo R.** Forest management, conservation, and global timber markets // Am. J. Agric. Econ. 1999. Vol. 81, no. 1. P. 1–13. doi:10.2307/1244446.
8. **Tahvonen O.** Economics of rotation and thinning revisited: the optimality of clearcuts versus continuous cover forestry // For. Policy Econ. 2016. Vol. 62. P. 88–94. doi:10.1016/j.forpol.2015.08.013.

Красовский Андрей Андреевич
канд. физ.-мат. наук
науч. сотрудник

Поступила 22.08.2016

[1]Работа первого автора выполнена при поддержке научной программы “Future Forests” Шведского фонда стратегического исследования окружающей среды, а также программы “Tropical Futures Initiative (TFI)” Международного института прикладного системного анализа (IIASA). Работа второго автора выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-01-08075а).

Международный институт прикладного системного анализа (IIASA), Лаксенбург, Австрия
e-mail: krasov@iiasa.ac.at

Платов Антон Сергеевич
старший преподаватель
Владимирский государственный университет
им. Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
e-mail: platovmm@mail.ru

Ссылка на статью:
А. А. Красовский, А. С. Платов. Билинейная задача оптимального управления дискретной рубкой леса // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 188–194.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ЧАСТИ ФАЗОВЫХ КООРДИНАТ

В. И. Максимов

Рассматривается задача управления системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Ее суть состоит в построении процедуры формирования управления в виде обратной связи, обеспечивающего отслеживание скоростью изменения части фазовых координат заданной системы скорости изменения части фазовых координат другой системы, подверженной влиянию неизвестного возмущения. Предполагается, что измеряется часть фазовых координат каждой из заданных систем. Измерения происходят с ошибкой в дискретные моменты времени. В работе предлагается устойчивый к информационным помехам и погрешностям вычислений алгоритм решения указанной задачи. Алгоритм основан на известном в теории гарантированного управления методе экстремального сдвига. В связи с неполнотой информации о фазовых координатах “классический” экстремальный сдвиг применить не удается. Поэтому в работе предложена его модификация. Эта модификация использует элементы теории динамического обращения. Последняя основана на конструкциях теории некорректных задач. В заключительной части статьи указывается класс нелинейных по фазовым координатам систем, для которого применим описанный в работе алгоритм.

Ключевые слова: управление, неполная информация, линейные системы.

MSC: 37C75

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-195-205

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. **Красовский Н.Н.** Управление динамической системой. М.: Наука, 1985. 516 с.
3. **Осипов Ю.С.** Избранные труды. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 2009. 656 с.
4. **Субботин А.И., Ченцов А.Г.** Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981, 288 с.
5. **Ушаков В.Н.** К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения-уклонения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1980. № 4. С. 29–36.
6. **Барабанова Н.Н., Субботин А.И.** О классах стратегий в дифференциальных играх уклонения от встречи // Прикл. математика и механика. 1971. Т. 35, № 6. С. 345–356.
7. **Пацко В.С.** Поверхности переключения в линейных дифференциальных игра: препринт / Ин-т математики и механики УрО РАН. 2004. 80 с.
8. **Максимов В.И.** Об отслеживании траектории динамической системы // Прикл. математика и механика. 2011. Т. 75, № 6. С. 951–960.
9. **Кряжимский А.В., Максимов В.И.** Задача ресурсосберегающего слежения на бесконечном промежутке времени // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 7. С. 993–1002.
10. **Максимов В.И.** О компенсации возмущений в нелинейных управляемых системах // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 62–68.
11. **Fagnani F., Maksimov V., Pandolfi L.** A recursive deconvolution approach to disturbance reduction // IEEE Trans. Aut. Contr. 2004. Vol. 49, no. 6. P. 907–921. doi: 10.1109/TAC.2004.829596 .
12. **Максимов В.И.** Об отслеживании решения параболического уравнения // Изв. вузов. Математика. 2012. № 1. С. 40–48.
13. **Максимов В.И.** Об одном алгоритме отслеживания решения параболического уравнения на бесконечном промежутке времени // Дифференц. уравнения. 2014. Т. 50, № 3. С. 366–375.

14. **Максимов В.И.** Об одном алгоритме управления линейной системой при измерении части координат фазового вектора // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2014. Т. 20, № 4. С. 218–230.
15. **Максимов В.И.** Об отслеживании предписанного решения нелинейного распределенного уравнения второго порядка // Дифференц. уравнения. 2016. Т. 52, № 1. С. 128–131.
16. **Максимов В.И.** О вычислении производной функции, заданной неточно, с помощью законов обратной связи // Тр. МИАН им. В.А. Стеклова. 2015. Т. 291. С. 231–243.

Максимов Вячеслав Иванович Поступила 28.10.2016
д-р физ.-мат. наук, профессор
зав. отделом
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН,
Уральский федеральный университет
e-mail: maksimov@imm.uran.ru

Ссылка на статью:
Максимов В.И. Об одной задаче управления линейной системой при измерении части фазовых координат // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 195–205.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ОДНА НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ[1]

М. С. Никольский

Рассматривается нелинейная динамическая система, в описание которой входит неизвестный векторный параметр. Предполагается, что наблюдатель на отрезке $[0,T]$ может вычислять фазовый вектор системы с некоторой ошибкой, ограниченной по модулю малой величиной $h>0$. Эту информацию о динамике системы желательно использовать для нахождения неизвестного вектора. В статье получены конструктивные достаточные условия, при которых искомый вектор можно восстановить тем точнее, чем меньше величина $h>0$. При этом удается ограничиться дискретными измерениями выхода системы.

Ключевые слова : идентификация, динамические системы, обратные задачи.

MSC: 34K29, 49N45, 93B30

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-206-211

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Габасов Р., Кириллова Ф.** Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971. 508 с.
2. **Гроп Д.** Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979. 302 с.
3. **Куржанский А.Б.** Задача идентификации — теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. 1991. № 4. С. 3–26.
4. **Осипов Ю. С., Васильев Ф. П., Потапов М. М.** Основы метода динамической регуляризации. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999. 238 с.
5. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.] М.: Физматгиз, 1961. 391 с.
6. **Ли Э. Б., Маркус Л.** Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 p.
7. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 p.

Никольский Михаил Сергеевич
д-р физ.-мат. наук
ведущий научн. сотрудник МИАН РАН
e-mail: mni@mi.ras.ru

Поступила 7.10.2016

Ссылка на статью:
М. С. Никольский. Одна нелинейная задача идентификации // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 206–211.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00005).

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

МНОГОКРАТНАЯ ПОИМКА УБЕГАЮЩЕГО В ЛИНЕЙНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ[1]

Н. Н. Петров, Н. А. Соловьева

В конечномерном евклидовом пространстве рассматривается линейная задача преследования группой преследователей одного убегающего с равными возможностями всех участников, описываемая системой вида

$$\dot{z}_i = A(t)z_i + u_i - v, \quad z_i(t_0) = z_i^0, \quad u_i, v \in V,$$

где множество допустимых управлений V — строго выпуклый компакт с гладкой границей. Предполагается, что фундаментальная матрица $\Phi(t)$ однородной системы $\dot{w} = A(t)w$, $\Phi(t_0) = E$ является рекуррентной по Зубову функцией, а ее производная равномерно ограничена. Целью группы преследователей является поимка убегающего не менее чем r различными преследователями, причем терминальные множества — выпуклые компакты. Преследователи используют квазистратегии. В терминах начальных позиций получены достаточные условия разрешимости задачи преследования. Приведены примеры.

Ключевые слова: дифференциальная игра, групповое преследование, рекуррентная функция.

MSC: 49N75

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-212-218

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чикрий А.А.** Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наук. Думка, 1992. 384 с.
2. **Григоренко Н.Л.** Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1990. 197 с.
3. **Благодатских А.И., Петров Н.Н.** Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Изд-во Удмурт. ун-та, 2009. 266 с.
4. **Пшеничный Б.Н.** Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. 1976. № 3. С. 145–146.
5. **Григоренко Н.Л.** Игра простого преследования-убегания группы преследователей и одного убегающего // Вестн. МГУ. Сер. Вычислит. математика и кибернетика. 1983. № 1. С. 41–47
6. **Благодатских А.И.** Одновременная многократная поимка в задаче простого преследования // Прикл. математика и механика. 2009. Т. 73, вып. 1. С. 54–59.
7. **Петров Н.Н.** Многократная поимка в примере Л. С. Понтрягина с фазовыми ограничениями // Прикл. математика и механика. 1997. Т. 61, вып. 5. С. 747–754.
8. **Благодатских А.И.** Многократная поимка в примере Понтрягина // Вест. Удмурт. ун-та. 2009. № 2. С. 3–12. (Математика. Механика. Компьютерные науки).
9. **Петров Н.Н., Соловьева Н.А.** Многократная поимка в рекуррентном примере Л.С. Понтрягина с фазовыми ограничениями// Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, № 2. С. 178–186.
10. **Петров Н.Н., Соловьева Н.А.** Многократная поимка в рекуррентном примере Л. С. Понтрягина // Автоматика и телемеханика. 2016. № 5. С. 128–135.
11. **Соловьева Н.А.** Одна задача группового преследования в линейных рекуррентных дифференциальных играх // Математическая теория игр и ее приложения. 2011. Т. 3, № 1. С. 81–90.
12. **Банников А.С., Петров Н.Н.** К нестационарной задаче группового преследования// Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16, № 1. С. 40–51.

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00346) и Минобрнауки России в рамках базовой части госзадания в сфере науки.

13. **Виноградова М.Н., Петров Н.Н., Соловьева Н.А.** Поимка двух скоординированных убегающих в линейных рекуррентных дифференциальных играх// Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2013. Т. 19, № 1. С. 41–48.
14. **Зубов В.И.** К теории рекуррентных функций // Сиб. мат. журн. 1962. Т. 3, № 4. С. 532–560.

Поступила 25.10.2016

Петров Николай Никандрович
д-р физ.-мат. наук, профессор
директор
Институт математики, информационных технологий и физики
Удмуртского государственного университета
e-mail: kma3@list.ru

Соловьева Надежда Александровна
старший преподаватель
Удмуртский государственный университет
e-mail: solov_na@mail.ru

Ссылка на статью:
Н. Н. Петров, Н. А. Соловьева. Многократная поимка убегающего в линейных рекуррентных дифференциальных играх // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 212–218.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ПОСТРОЕНИЕ СИЛЬНО-ДИНАМИЧЕСКИ УСТОЙЧИВЫХ ПОДЪЯДЕР В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ С ПРЕДПИСАННОЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬЮ

Л. А. Петросян, Я. Б. Панкратова

В работе предложен новый сильно-динамически устойчивый принцип оптимальности кооперативной дифференциальной игры. Это делается путем построения некоторого подмножества ядра кооперативной игры. Предлагается считать это подмножество новым принципом оптимальности в рассматриваемом классе игр. Построение производится на основе введения функции $\hat{V}$, доминирующей значения классической характеристической функции по коалициям. Пусть $V(S, \bar{x}(\tau), T-\tau)$ значение классической характеристической функции, вычисленной в подыгре с начальными условиями $\bar{x}(\tau)$, $T-\tau$ на кооперативной траектории. Определим функцию $\hat{V}$ по формуле

$$\hat{V}(S; x_0, T-t_0) = \max_{t_0 \le \tau \le T} \frac{V(S; x^*(\tau), T-\tau)}{V(N; x^*(\tau), T-\tau)} V(N; x_0, T-t_0).$$

На основе функции $\hat{V}(S; x_0, T-t_0)$ строится аналог классического ядра. В работе показано, что построенное таким образом ядро является подмножеством классического ядра. Последнее обстоятельство позволяет рассматривать его как новый принцип оптимальности. Доказывается, что этот вновь построенный принцип оптимальности является сильно-динамически устойчивым.

Ключевые слова: кооперативная дифференциальная игра, сильно-динамическая устойчивость, ядро, подъядро, дележ.

MSC: 37C75

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-219-227

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Клейменов А.Ф.** Неантагонистические позиционные дифференциальные игры. Екатеринбург: Наука: Урал. отд-ние, 1993. 184 с.
2. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Физматлит, 1974. 456 с.
3. **Петросян Л.А., Данилов Н.Н.** Устойчивость решений неантагонистических дифференциальных игр с трансферабельными выигрышами // Вестн. Ленинград. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 1979. № 1. С. 52–59.
4. **Петросян Л.А.** Сильно динамически устойчивые дифференциальные принципы оптимальности // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 1993. № 4. С 40–46.
5. **Петросян Л.А.** Характеристические функции в кооперативных дифференциальных играх // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 1995. № 1. С 48–52.
6. **Basar T., Olsder G.J.** Dynamic noncooperative game theory. London: Acad. Press, 1982. 429 p.
7. Differential games in economics and management science / E.J. Dockner, S. Jorgensen., N.V. Long, G. Sorger. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000. 382 p.
8. **Nash J.** Non-cooperative games // Ann. Mathematics. 1951. Vol. 54, no. 2. P. 286–295.
9. **Neumann J., Morgenstern O.** Theory of games and economic behavior. Princeton: Princeton Univ. Press, 1947. 641 p.
10. **Shapley L.S.** A Value for n-person games // Contributions to the theory of games / eds. H.W. Kuhn and A.W. Tucker. Princeton: Princeton Univ. Press, 1953. P. 307–315.
11. **Yeung D.W.K., Petrosyan L.A.** Subgame consistent economic optimization. New York: Birkhauser, 2012. 395 p. (Static & Dynamic Game Theory: Foundations & Applications). doi: 10.1007/978-0-8176-8262-0 .

Поступила 30.10.2016

Петросян Леон Аганесович
д-р физ.-мат. наук, профессор
Санкт-Петербургский государственный университет
e-mail: l.petrosyan@spbu.ru

Панкратова Ярославна Борисовна
канд. физ.-мат. наук, ассистент
Санкт-Петербургский государственный университет
e-mail: y.pankratova@spbu.ru

Ссылка на статью:
Л. А. Петросян, Я. Б. Панкратова. Построение сильно-динамически устойчивых подъядер в дифференциальных играх с предписанной продолжительностью // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 219–227.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ТРАНСФИНИТНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В МЕТОДЕ ПРОГРАММНЫХ ИТЕРАЦИЙ[1]

Д. А. Серков

Рассматривается задача удержания движений абстрактной динамической системы в заданном множестве ограничений. Конструкции метода программных итераций распространяются на задачи с динамикой не обладающей, вообще говоря, какими-либо топологическими свойствами. Указанная общность требований к системе преодолевается введением трансфинитных итераций оператора программного поглощения. В обосновании используется техника неподвижных точек отображений в индуктивных частично упорядоченных множествах. Итогом применения процедуры является построение множества успешной разрешимости задачи удержания в классе квазистратегий, "промежуток" управления не предполагается конечным.

Ключевые слова: метод программных итераций, трансфинитные итерации, квазистратегии, неподвижные точки, индуктивные множества.

MSC: 37N35, 65J15, 47J25, 52A01, 91A25

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-228-240

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Альтернатива для игровой задачи сближения // Прикл. математика и механика. 1970. Т. 34, № 6. С. 1005–1022.
2. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. Москва: Наука, 1974. С 456.
3. **Ченцов А.Г.** О структуре одной игровой задачи сближения // Докл. АН СССР. 1975. Т. 224, № 6. С. 1272–1275.
4. **Ченцов А.Г.** К игровой задаче наведения // Докл. АН СССР. 1976. Т. 226, № 1. С. 73–76.
5. **Ухоботов В.И.** Построение стабильного моста для одного класса линейных игр // Прикл. математика и механика. 1977. Т. 41, № 2. С. 358–364.
6. **Чистяков С.В.** К решению игровых задач преследования // Прикл. математика и механика. 1977. Т. 41, № 5. С. 825–832.
7. **Ухоботов В.И.** К построению стабильного моста в игре удержания // Прикл. математика и механика. 1981. Т. 45, № 2. С. 236–240.
8. **Дятлов В.П., Ченцов А.Г.** Монотонные итерации множеств и их приложения к игровым задачам управления // Кибернетика. 1987. № 2. С. 92–99.
9. **Ченцов А.Г.** Метод программных итераций для решения абстрактной задачи удержания // Автоматика и телемеханика. 2004. № 2. С. 157–169.
10. **Ченцов А.Г.** О задаче управления с ограниченным числом переключений // Депонент ВИНИТИ. № 4942-В 87. Свердловск, 1987. С. 1–45.
11. **Серков Д.А., Ченцов А.Г.** Метод программных итераций и операторная выпуклость в абстрактной задаче удержания // Вестн. Удмурт. ун-та. Сер. 1: Математика. Механика. Компьютерные науки. 2015. Т. 25, № 3. С. 348–366.
12. **Куратовский К., Мостовский А.** Теория множеств. М.: Мир, 1970. 416 с.
13. **Bourbaki N.** Sur le théorème de Zorn // Archiv der Mathematik. 1949. T. 2, № 6. C. 434–437.

[1]Работа выполнена в рамках Программы Президиума РАН "Математические задачи современной теории управления".

14. **Cousot P., Cousot R.** Constructive versions of Tarski's fixed point theorems // Pacific J. Math. 1979. T. 82, № 1. C. 43–57.
15. **Echenique F.** A short and constructive proof of Tarski's fixed-point theorem // Int. J. Game Theory. 2005. T. 33. C. 215–218.

Серков Дмитрий Александрович
д-р физ.-мат. наук
зав. сектором
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
профессор
Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина
e-mail: serkov@imm.uran.ru

Поступила 31.10.2016

Ссылка на статью:
Д. А. Серков. Трансфинитные последовательности в методе программных итераций // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 228–240.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

СЛАБАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО МНОЖЕСТВА С ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ[1]

А. А. Успенский

Рассматривается проблема построения множеств, разрешающих дифференциальную игру или задачу оптимального управления, исходя из знания динамики системы, ресурсов управления и краевых условий. Построение таких множеств, причем наибольших из возможных (максимального стабильного моста — в дифференциальной игре, множества управляемости — в задаче управления), является нетривиальной задачей. Это обусловлено сложной геометрией множеств, которым свойственны невыпуклость и негладкость границ. На практике при решении инженерных задач, имеющих определенные допуски и отклонения, зачастую считается приемлемым построение разрешающего множества, не обладающего свойством максимальности. При этом конструируемое множество может быть наделено характеристиками, в дальнейшем облегчающими формирование управляющих воздействий. Например, множество может иметь выпуклые сечения, гладкую границу. В рамках означенной направленности работ в статье изучено свойство стабильности (слабой инвариантности) для одного класса множеств, рассматриваемых в пространстве позиций дифференциальной игры. На основе введенного В.Н. Ушаковым понятия дефекта стабильности множества получен критерий слабой инвариантности относительно конфликтно управляемой динамической системы для цилиндрических множеств. В частном случае линейной управляемой системы выявлены легко проверяемые достаточные условия слабой инвариантности для цилиндрических множеств, имеющих эллипсоидальные сечения. Обоснование условий опирается на конструкции и факты субдифференциального исчисления. Приведен иллюстрирующий пример.

Ключевые слова: стабильное множество, слабая инвариантность, дифференциальная игра, гамильтониан, дефект стабильности, цилиндрическое множество, эллипсоид, субдифференциал.

MSC: 37C75

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-241-250

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. **Красовский Н.Н.** Игровые задачи динамики. I // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1969. № 5. С. 3–12.
3. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** О структуре дифференциальных игр // Докл. АН СССР. 1970. Т. 190, № 3. С. 523–526.
4. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Аппроксимация в дифференциальных играх // Прикл. математика и механика. 1973. Т. 37, вып. 2. С. 197–204.
5. **Красовский Н.Н.** К задаче унификации дифференциальных игр // Докл. АН СССР. 1976. Т. 226, № 6. С. 1260–1263.
6. **Субботин А.И.** Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. М.; Ижевск: Ин-т компьют. исслед., 2003. 336 с.
7. **Тарасьев А.М., Успенский А.А., Ушаков В.Н.** Аппроксимационные операторы и конечно-разностные схемы для построения обобщенных решений уравнений Гамильтона — Якоби // Изв. РАН Техническая кибернетика. 1994. № 3. С. 173–185.
8. **Guseinov H.G., Subbotin A.I., Ushakov V.N.** Derivatives for multivalued mappings with applications to game–theoretical problems of control // Problem Control Inform. Theory. 1985. Vol 14, no. 6. P. 405–419.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке комплексной программы фундаментальных исследований УрО РАН, проект № 15-16-1-13.

9. **Roxin E.** A uniqueness theorem for differential inclusions // Diff. Equ. 1965. Vol. 1, no. 2. P. 115–150.
10. **Aubin J.-P., Cellina A.** Differential inclusions. Set valued maps and viability theory. Berlin, 1984. 342 p.
11. **Нгуен Чан.** Инвариантные и устойчивые семейства множеств относительно дифференциальных включений // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19, № 8. С. 1357–1366.
12. **Куржанский А.Б., Филиппова Т.Ф.** Дифференциальные включения с фазовыми ограничениями. Метод возмущений // Тр. МИАН: Оптимальное управление и дифференц. уравнения. 1995. Т. 211. С. 304–315.
13. **Frankowska H., Plaskacz S., Rzezuchowski T**. Théorèmes de viabilité mesurables et l'équation d'Hamilton–Jacobi–Bellman // C. r. Acad. sei. Paris. Ser. 1. 1992. Vol. 315. P. 131–134.
14. **Kurzhanski A., Valyi I.** Ellipsoidal calculus for estimation and control. Basel: Birkhäuser, 1997. 321 p.
15. **Черноусько Ф.Л.** Оценивание фазового состояния динамических систем: Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988. 320 с.
16. **Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.** Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: ЛЕНАНД, 2014. 560 с.
17. **Ушаков В.Н.** К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения-уклонения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1980. № 4. С. 29–36.
18. **Ушаков В.Н., Латушкин Я.А.** Дефект стабильности множеств в игровых задачах управления// Тр. Ин-та математики и механики. 2006. Т. 12, №2. С. 178–194.
19. **Ушаков В.Н., Успенский А.А.** К свойству стабильности в дифференциальных играх // Докл. АН. 2012. Vol. 443, № 5. С. 549–554.
20. **Стрекаловский А.С.** Элементы невыпуклой оптимизации. Новосибирск: Наука, 2003. 356 с.
21. **Демьянов В.Ф., Васильев Л.В.** Недифференцируемая оптимизация. М.: Наука, 1981. 384 с.

Успенский Александр Александрович Поступила 14.11.2016
канд. физ.-мат. наук
зав. сектором
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: uspen@imm.uran.ru

Ссылка на статью:
А. А. Успенский. Слабая инвариантность относительно управляемой системы цилиндрического множества с гладкой границей // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 241–250.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 519.857

ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХИ С ПЛАТОЙ, ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ МОДУЛЯ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ

В. И. Ухоботов

Рассматривается линейная задача управления в $\mathbb{R}^m$ при наличии воздействия со стороны неконтролируемой помехи. Управляемый процесс происходит на заданном промежутке времени $[t_0, p]$. Возможные значения помехи принадлежат компакту. Управление ищется в виде произведения скалярной функции $\phi(t) \in [\delta, \alpha]$ на векторную функцию $\xi(t, x) \in M$, $x \in \mathbb{R}^m$. Отрезок $[\delta, \alpha]$ и выпуклый симметричный компакт M заданы. Такое определение управления возникает в задачах управления механическими системами переменного состава. Возможен случай, когда закон изменения реактивной массы задается функцией времени t, а управлять можно направлением относительной скорости ее отделения. Терминальная часть платы зависит от модуля линейной функции от вектора $x(p)$. Задана функция $g(t, \phi) \geq 0$ при $t \in [t_0, p]$, $\phi \in [\delta, \alpha]$. Интегральная составляющая платы является интегралом на отрезке $[t_0, p]$ от функции $g(t, \phi(t))$. Задача управления рассматривается в рамках теории оптимизации гарантированного результата. Доказана теорема существования оптимального управления с достаточно широкими ограничениями на рассматриваемый класс задач. Найдены достаточные условия, при выполнении которых допустимое управление является оптимальным. Рассмотрен пример, который иллюстрирует найденные достаточные условия.

Ключевые слова: управление, помеха, плата, дифференциальная игра.

MSC: 91A23, 91A24, 91A80

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-251-261

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. **Айзекс Р.** Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 479 с.
3. **Понтрягин Л.С.** Линейные дифференциальные игры преследования // Мат. сб. Новая серия. 1980. Т. 112, № 3. С. 307–330.
4. **Ухоботов В.И.** Метод одномерного проектирования в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями: учеб. пособие. Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2005. 124 с.
5. **Ухоботов В.И.** Однотипные дифференциальные игры с выпуклой целью // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16, № 5. С. 196–204.
6. **Ухоботов В.И., Гущин Д.В.** Однотипные дифференциальные игры с выпуклой интегральной платой // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17, № 1. С. 251–258.
7. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 475 с.
8. **Колмогоров А.Н., Фомин С.В.** Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972. 496 с.
9. **Кудрявцев Л.Д.** Курс математического анализа. М.: Высш. шк., 1981. Т. 1. 687 с.
10. **Пшеничный Б.Н.** Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980. 319 с.
11. **Hermes H.** The generalized differential equation $\dot{x} \in R(t, x)$ // Advances Math. 1970. Vol. 4, no. 9. P. 149–169. doi: 10.1016/0001-8708(70)90020-4.
12. **Филиппов А.Ф.** О некоторых вопросах теории оптимального регулирования // Вестн. МГУ. 1959. Вып. 2. С. 25–32. (Математика, механика.)
13. **Рисс Ф., Секельфальви-Надь Б.** Лекции по функциональному анализу. М.: Мир, 1979. 587 с.

Ухоботов Виктор Иванович
д-р физ.-мат. наук, профессор

Поступила 27.10.2016

зав. кафедрой
Челябинский государственный университет
e-mail: ukh@csu.ru

Ссылка на статью:
В. И. Ухоботов. Линейная задача управления при наличии помехи с платой, зависящей от модуля линейной функции // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 251–261.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ВНЕШНИЕ ОЦЕНКИ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ И КОМБИНИРОВАННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ[1]

Т. Ф. Филиппова

Рассматривается задача оценивания трубок траекторий нелинейной управляемой динамической системы с неопределенностью по начальным данным. Предполагается, что динамическая система имеет специальную структуру, в которой нелинейные члены определяются квадратичными формами по фазовым координатам, а значения неопределенных начальных состояний и допустимых управлений стеснены эллипсоидальными ограничениями. Матрица линейных слагаемых в фазовых скоростях системы также точно не известна, но принадлежит известному компакту в соответствующем пространстве, т. е. динамика системы осложнена наличием билинейных составляющих в правых частях дифференциальных уравнений системы. В работе рассмотрен сложный случай, обобщающий ранее полученные автором результаты, когда предполагается одновременное наличие в динамике системы билинейных функций и квадратичных форм (без предположения об их положительной определенности), а также учитываются неопределенность по начальным данным и влияние управляющих воздействий, которые также могут трактоваться здесь как неопределенные аддитивные возмущения. Присутствие всех указанных факторов существенно усложняет исследование проблемы и требует адекватного анализа, что и составляет основную цель данного исследования. В работе приводятся алгоритмы оценивания множеств достижимости нелинейной управляемой системы указанного типа, результаты иллюстрируются примерами.

Ключевые слова: управляемая система, множество достижимости, оценивание состояний, неопределенность.

MSC: 34A60, 49J53, 93B03, 93C41, 93C10

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-262-274

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
2. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 458 с.
3. **Куржанский А.Б.** Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977. 392 с.
4. **Ушаков В.Н.** К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения-уклонения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1980. № 4. С. 29–36.
5. **Субботина Н.Н.** Универсальные оптимальные стратегии в позиционных дифференциальных играх // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19. № 11. С. 1890–1896.
6. **Subbotina N.N., Kolpakova E.A.** Connections between optimal control problems and generalized solutions of PDEs of the first order // IFAC Proc. Volumes (IFAC-PapersOnline). 2014. Vol. 19, iss. 3. P. 11381–11384. doi: 10.3182/20140824-6-ZA-1003.01149.
7. **Kurzhanski A.B., Filippova T.F.** On the theory of trajectory tubes — a mathematical formalism for uncertain dynamics, viability and control //Advances in Nonlinear Dynamics and Control: a Report from Russia / ed. A.B. Kurzhanski. Boston: Birkhauser, 1993. P. 122–188. (Progress in Systems and Control Theory; vol. 17). doi: 10.1007/978-1-4612-0349-0_4.
8. **Ушаков В.Н., Матвийчук А.Р., Ушаков А.В.** Аппроксимация множеств достижимости и интегральных воронок дифференциальных включений // Вестн. Удмурт. ун-та. Математика, Механика, Компьют. науки. 2011. № 4. С. 23–39.

[1]Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект РНФ № 16-11-10146).

9. **Kurzhanski A.B., Valyi I.** Ellipsoidal calculus for estimation and control. Boston: Birkhäuser, 1997. 321 p.
10. **Черноусько Ф.Л.** Оценивание фазового состояния динамических систем. М.: Наука, 1988. 320 с.
11. **Kurzhanski A.B., Varaiya P.** Dynamics and control of trajectory tubes, theory and computation. Basel: Birkhäuser, 2014. 445 p. doi: 10.1007/978-3-319-10277-1.
12. **Filippova T.F.** Trajectory tubes for impulsive control problems // 6th European Control Conference (ECC 2001). 2001. Article number 7076349. P. 2766–2769.
13. **Filippova T.** Differential equations of ellipsoidal state estimates in nonlinear control problems under uncertainty // AIMS J. Discrete Contin. Dyn. Syst.: 8th AIMS Conf. on Dyn. Syst., Diff. Eq. and Appl. 2011. Suppl. Vol. I. P. 410–419.
14. **Filippova T.F.** Set-valued dynamics in problems of mathematical theory of control processes // International Journal of Modern Physics B. 2012. Vol. 26, no. 25. P. 1–8.
15. **Filippova T.F., Berezina E.V.** On state estimation approaches for uncertain dynamical systems with quadratic nonlinearity: Theory and computer simulations // Proc. of the International Conf. on Large-Scale Scientific Computing. Berlin: Springer, 2008. P. 326–333. doi: 10.1007/978-3-540-78827-0_36.
16. **Филиппова Т.Ф., Матвийчук О.Г.** Алгоритмы оценивания множеств достижимости импульсных управляемых систем с эллипсоидальными фазовыми ограничениями // Автоматика и телемеханика. 2011. № 9. С. 127–141.
17. **Филиппова Т.Ф., Матвийчук О.Г.** Задачи импульсного управления в условиях неопределенности // Тр. XII Всерос. совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014) / Институт проблем управления РАН. Москва, 2014. С. 1024–1032.
18. **Filippova T.F., Matviychuk O.G.** Algorithms of estimating reachable sets of nonlinear control systems with uncertainty // Proc. of the 7th Chaotic Modeling and Simulation Internat. Conf.: Internat. Society for the Advancement of Science and Technology / ed. Ch. H. Skiadas. 2014. P. 115–124.
19. **Черноусько Ф.Л.** Эллипсоидальная аппроксимация множеств достижимости линейной системы с неопределенной матрицей // Прикл. математика и механика. 1996. Т. 60, № 6. С. 940–950.
20. **Filippova T.F.** Differential equations of ellipsoidal state estimates for bilinear-quadratic control systems under uncertainty // 9th Chaotic Modeling and Simulation Intern. Conf. (CHAOS 2016): Book Abstr. London, 2016. P. 32.
21. **Filippova T.F., Matviychuk O.G., Kostousova E.K.** Estimation techniques for uncertain dynamical systems with bilinear and quadratic nonlinearities // Dynamical Systems: Control and Stability. Proc. of the 13th Internat. Conf. on Dynamical Systems: Theory and Applications (DSTA-2015) / eds. J.M.J. Awrejcewicz, M. Kaŕzmierczak and P. Olejnik. 2015. P. 185–196.
22. **Filippova T.F., Matviychuk O.G.** Estimates of reachable sets of control systems with bilinear–quadratic nonlinearities // Ural Math. J. 2015. Vol. 1, no 1. P. 45–54.
23. **Filippova T.F.** Asymptotic behavior of the ellipsoidal estimates of reachable sets of nonlinear control systems with uncertainty // Proc. of the 8th European Nonlinear Dynamics Conf. (ENOC 2014) / eds. H. Ecker, A. Steindl, S. Jakubek 2014. CD-ROM vol. (ISBN: 978-3-200-03433-4). Paper-ID 149. P. 1–2.
24. **Гусев М.И.** Внешние оценки множеств достижимости нелинейных управляемых систем // Автоматика и телемеханика. 2012. № 3. С. 39–51.
25. **Kostousova E.K.** On tight polyhedral estimates for reachable sets of linear differential systems // AIP Conf. Proc. 2012. Vol. 1493. P. 579–586.
26. **Kostousova E.K.** State estimation for control systems with a multiplicative uncertainty through polyhedral techniques // IFIP Advances in Information and Communication Technology (IFIP AICT). 2013. Vol. 391. P. 165–176. doi: 10.1007/978-3-642-36062-6_17.

Филиппова Татьяна Федоровна
д-р физ.-мат. наук, профессор
зав. отделом
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: ftf@imm.uran.ru

Поступила 08.11.2016

Ссылка на статью:
Т. Ф. Филиппова. Внешние оценки множеств достижимости управляемой системы с неопределенностью и комбинированной нелинейностью // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. Р. 262–274.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 519.6

ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНАЯ ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦИИ С УСЛОВИЯМИ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ[1]

А. Г. Ченцов, А. А. Ченцов

Рассматривается задача последовательного обхода замкнутых множеств в компактном метрическом пространстве, осложненная ограничениями в виде условий предшествования и возможной зависимостью функций стоимости от списка заданий. Исследуется вариант аппроксимативной реализации экстремума посредством применения моделей, использующих задачи последовательного обхода мегаполисов (непустых конечных множеств). Данный вариант естественным образом вкладывается в более общую конструкцию, связанную с последовательным посещением конечной системы непустых замкнутых множеств (НЗМ) в метризуемом компакте. Само же пространство НЗМ оснащается метрикой Хаусдорфа, в терминах которой оценивается (при соответствующем условии непрерывности сечений функций стоимости) близость экстремумов упомянутой задачи последовательного обхода для двух любых систем НЗМ (подразумевается, что количество НЗМ в каждой системе одно и то же). При этом ограничения в виде условий предшествования сохраняются.

Ключевые слова: маршрут, трасса, условия предшествования.

A. G. Chentsov, A. A. Chentsov. A discrete–continuous routing problem with precedence conditions.

We consider the problem of visiting closed sets in a compact metric space complicated by constraints in the form of precedence conditions and a possible dependence of the cost function on a list of tasks. We study a variant of the approximate realization of the extremum by applying models that involve problems of sequential visits to megalopolises (nonempty finite sets). This variant is naturally embedded into a more general construction that implements sequential visits to nonempty closed sets (NCSs) from a finite system in a metrizable compactum. The space of NCSs is equipped with the Hausdorff metric, which is used to estimate (under the corresponding condition that the sections of the cost functions are continuous) the proximity of the extrema in the problem of sequential visits for any two systems of NCSs (it is assumed that the numbers or NCSs in the systems are the same). The constraints in the form of precedence conditions are preserved.

Keywords: route, path, precedence conditions.

MSC: 49L20, 90C39

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-275-292

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петунин А.А.** О некоторых стратегиях формирования маршрута инструмента при разработке управляющих программ для машин термической резки материала // Вестн. УГАТУ. 2009. Т. 13, № 2 (35). С. 280–286. (Управление, вычислительная техника и информатика.)
2. **Фроловский В.Д.** Автоматизация проектирования управляющих программ тепловой резки металла на оборудовании с ЧПУ // Информ. технологии в проектир. и произв. 2005. № 4. С. 63–66.
3. **Верхотуров М.А., Тарасенко П.Ю.** Математическое обеспечение задачи оптимизации пути режущего инструмента при плоском фигурном раскрое на основе цепной резки // Вестн. УГАТУ. 2008. Т. 10, № 2 (27). С 123–130. (Управление, вычислительная техника и информатика.)
4. Методы маршрутизации и их приложения в задачах повышения безопасности и эффективности эксплуатации атомных станций / В.В. Коробкин, А.Н. Сесекин, О.Л. Ташлыков, А.Г. Ченцов. М.: Новые технологии, 2012, 234 с.
5. **Ченцов А.Г.** Задача последовательного обхода мегаполисов с условиями предшествования // Автоматика и телемеханика. 2014. № 4. С. 170–190.

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 15-01-07909, 16-01-00505, 16-01-00649) и комплексной программы УрО РАН (проект 15-16-1-8).

6. **Ченцов А.Г., Ченцов А.А.** Динамическое программирование в задаче маршрутизации с ограничениями и стоимостями, зависящими от списка заданий // Докл. РАН. 2013. Т. 453, № 1. С. 20–23.
7. **Ченцов А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.** Элементы динамического программирования в экстремальных задачах маршрутизации // Проблемы управления. 2013. № 5. С. 12–21.
8. **Chentsov A.A., Chentsov A.G.** Dynamic programming method in the generalized traveling salesman problem: the influence of inexact calculations // Math. Comput. Modelling. 2001. Vol. 33. P. 801–819.
9. **Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.** Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 3–34.
10. **Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.** Задача коммивояжера. Точные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. 1989. № 10. С. 3–29.
11. **Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.** Задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. 1989. № 11. С. 3–26.
12. **Gutin G., Punnen A. P.** The traveling salesman problem and its variations. Berlin: Springer-Verlag, 2002. 850 p.
13. **Cook William J.** In pursuit of the traveling salesman: mathematics at the limits of computation. Princeton: Princeton University Press, 2012. 228 p.
14. **Ченцов А.Г.** Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М.; Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2008. 238 с.
15. **Хелд М., Карп Р.М.** Применение динамического программирования к задачам упорядочения // Кибернетический сб. М.: Мир, 1964. Т. 9. С. 202–218.
16. **Беллман Р.** Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере // Кибернетический сб. М.: Мир, 1964. Т. 9. С. 219–228.
17. **Ченцов А.Г., Ченцов А.А.** Задача маршрутизации с ограничениями, зависящими от списка заданий // Докл. РАН. 2015. Т. 465, № 2. С. 154–158.
18. **Кошелева М.С., Ченцов А.А., Ченцов А.Г.** О задаче маршрутизации с ограничениями, включающими зависимость от списка заданий // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, № 4. С. 178–195.
19. **Chentsov A.G., Salii J.V.** A model of "nonadditive" routing problem where the costs depend on the set of pending tasks // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. 2015. Т. 8, № 1. С. 24–45. (Мат. моделирование и программирование.)
20. **Ченцов А.Г., Ченцов А.А.** Маршрутизация перемещений при динамических ограничениях: задача "на узкие места" // Вестн. Удмурт. ун-та. 2016. Т. 26, вып. 1. С. 121–140. (Математика. Механика. Компьютерные науки.)
21. **Куратовский К., Мостовский А.** Теория множеств. М.: Мир, 1970. 416 с.
22. **Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.** Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 1999. 960 с.
23. **Дьедонне Ж.** Основы современного анализа. М.: Мир, 1964. 430 с.
24. **Энгелькинг Р.** Общая топология. М.: Мир, 1986. 751 с.
25. **Петунин А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.** К вопросу о маршрутизации движения инструмента в машинах листовой резки с числовым программным управлением // НТВ СПбГПУ. 2013. № 2 (169). С. 103–111.
26. **Петунин А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.** Об одной задаче маршрутизации перемещений инструмента при листовой резке деталей // Моделирование и анализ информационных систем. 2015. Т. 22, № 2. С. 278–294.
27. **Мину М.** Математическое программирование. М.: Наука, 1990. 488 с.

Поступила 21.06.2016

Ченцов Александр Георгиевич
член-корр. РАН, профессор
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН,
Уральский федеральный университет
e-mail: chentsov@imm.uran.ru

Ченцов Алексей Александрович
канд. физ.-мат. наук
науч. сотрудник

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
e-mail: chentsov@binsys.ru

Ссылка на статью:
А. Г. Ченцов, А. А. Ченцов. Дискретно-непрерывная задача маршрутизации с условиями предшествования // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 275–292.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

ВЕРХНЯЯ И НИЖНЯЯ РАЗРЕШАЮЩИЕ ФУНКЦИИ В ИГРОВЫХ ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ

А. А. Чикрий

Рассматриваются игровые задачи о сближении траекторий нестационарной квазилинейной системы с переменным цилиндрическим терминальным множеством. Исследуется ситуация, когда не имеет места классическое условие Понтрягина. С помощью введения верхних и нижних разрешающих функций как селекторов специальных многозначных отображений получены достаточные условия разрешимости задач, которые отличаются от уже известных. Результаты иллюстрируются на модельном примере.

Ключевые слова: конфликтно-управляемый процесс, многозначное отображение, условие Понтрягина, интеграл Ауманна, разрешающая функция.

MSC: 49N70, 91A25, 49N90, 91A23

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-293-305

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Красовский Н.Н.** Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. 420 с.
2. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
3. **Krasovskii A.N., Krasovskii N.N.** Control under lack of information. Boston: Birkhauser, 1995. 322 p.
4. **Красовский Н.Н., Лукоянов Н.Ю.** Уравнения типа Гамильтона — Якоби в наследственных системах: минимаксные решения // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2000. Т. 6, № 1–2. С. 110–130.
5. **Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V.** Inverse problems for ordinary differential equations: dynamical solutions. Basel: Gordon and Breach, 1995. 625 p.
6. **Куржанский А.Б., Мельников Н.Б.** О задаче синтеза управлений: альтернированный интеграл Понтрягина и уравнение Гамильтона — Якоби // Мат. сб. 2000. Vol. 191, № 6. С. 69–100.
7. **Субботин А.И., Ченцов А.Г.** Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 288 с.
8. **Субботин А.И.** Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона — Якоби. М.: Наука, 1991. 216 с.
9. **Chentsov A.G.** Asymptotic attainability. Boston; London; Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1997. 322 p.
10. **Субботина Н.Н., Шагалова А.Г.** О непрерывном продолжении обобщенного решения уравнения Гамильтона — Якоби характеристиками, образующими центральное поле экстремалей // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, no. 2. С. 220–234.
11. **Subbotina N.N.** The method of characteristics for Hamilton–Jacobi equation and its applications in dynamical optimization // J. Math. Sci (N.Y.). 2006. Vol. 135, no. 3. P. 2955–3091. doi: 10.1007/s10958-006-0146-2.
12. **Тарасьев А.Н., Ушаков В. Н.** О построении стабильных мостов в минимаксной игре сближения–уклонения. Деп. в ВИНИТИ № 2454–83. Свердловск, 1983. 61 с.
13. **Ушаков В. Н., Малев А.Г.** К вопросу о дефекте стабильности в игровой задаче о сближении // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16, № 1. С. 199–222.
14. **Понтрягин Л.С.** Избранные научные труды. М.: Наука, 1988. Т. 2. 576 с.
15. **Никольский М.С.** Стробоскопические стратегии и первый прямой метод Л. С. Понтрягина в квазилинейных нестационарных дифференциальных играх преследования-убегания // Probl. Control Inform. Theory. 1982. Vol. 11, no. 5. P. 373–377.

16. **Chikrii A.A.** Conflict controlled processes. Boston; London; Dordrecht: Springer Science and Busines Media, 2013. 424 p.
17. **Чикрий А.А.** Об одном аналитическом методе в динамических играх сближения // Тр. МИАН. 2010. Vol. 271. С. 76–92.
18. **Григоренко Н.Л.** Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: Изд-во МГУ, 1980. 198 с.
19. **Благодатских А.И., Петров Н.Н.** Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Изд-во Удмурт. ун-та, 2009. 266 с.
20. **Aubin J.-P., Frankowska H.** Set-valued analysis. Boston; Basel; Berlin: Birkhauser, 1990. 461 p.
21. **Hajek O.** Pursuit games. An introduction to the theory and applications of differential games of pursuit and evasion. New York: Acad. Press, 1975. 266 p. (Math. Science and Engineering; vol. 120).
22. **Половинкин Е.С.** Элементы теории многозначных отображений. М.: Изд-во МФТИ, 1982. 127 с.
23. **Пшеничный Б.Н.** Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980. 320 с.

Чикрий Аркадий Алексеевич
д-р физ.-мат. наук, профессор
чл.-корр. НАН Украины
зав. отделом
Институт кибернетики имени В. М. Глушкова НАН Украины
e-mail: g.chikrii@gmail.com

Поступила 30.08.2016

Ссылка на статью:
А. А. Чикрий. Верхняя и нижняя разрешающие функции
в игровых задачах динамики // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 293–305.

ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 1 2017

УДК 517.977

STABILIZATION OF DISCRETE TIME SYSTEMS BY REFLECTION COEFFICIENTS

T. Büyükköroğlu, G. Çelebi, V. Dzhafarov

For single-input single-output discrete-time systems, we consider a stabilization problem by a fixed order controller. A number of examples show that such controller may not exist. It is assumed that the controller depends linearly on a stabilizing parameter. In this case, the stabilizing controller defines an affine subset in the parameter space. We use the well-known property of the Schur stability region in the parameter space. According to this property the closed convex hull of this region is a polytope with known vertices. Every stable vector has a preimage in the open cube $(-1,1)^n$, and this preimage is called the reflection coefficient of this stable polynomial. By using reflection coefficients and polytopic properties of the stability region we obtain the stabilizability condition. This condition is expressed in terms of vertices of the stability region which is a multilinear image of the cube of reflection coefficients.

Keywords: discrete system, stability, affine stabilizer, reflection coefficient.

Т. Бююккёроглу, Г. Челеби, В. Джафаров. Стабилизация дискретных систем с использованием рефлективных коэффициентов.

Рассматривается задача стабилизации дискретных систем с одним входом и одним выходом регулятором заданного порядка. Ряд примеров показывает, что такой регулятор может не существовать. Предполагается, что регулятор линейно зависит от стабилизирующих параметров. В этом случае стабилизирующий регулятор определяет аффинное подмножество в пространстве параметров. В этом пространстве замкнутая выпуклая оболочка области устойчивости по Шуру является многогранником с известными вершинами. Каждый стабильный вектор имеет прообраз в открытом кубе $(-1,1)^n$, и этот прообраз называется рефлективным коэффициентом соответствующего стабилизирующего полинома. На основе рефлективных коэффициентов и свойств многогранной области устойчивости получено условие стабилизируемости. Это условие выражено в терминах вершин области устойчивости, которая является мультилинейным образом куба рефлективных коэффициентов.

MSC: 93C55, 93D15

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-1-306-311

REFERENCES

1. Bhattacharyya S.P., Chapellat H. and Keel L.H. *Robust control: The parametric approach.* New York: Prentice-Hall PTR, 1995, 664 p.
2. Barmish B.R. *New tools for robustness of linear systems.* New York: Macmillan Publ., 1994, 410 p.
3. Fam A.T. and Meditch J.S. A canonical parameter space for linear systems design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, vol. 23, no. 3, pp. 454–458. doi: 10.1109/TAC.1978.1101744 .
4. Petrikevich Y.I. Randomized methods of stabilization of the discrete linear systems. *Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 11, pp. 1911–1921. doi: 10.1134/S0005117908110076 .
5. Nurges Ü and Avanessov S. Fixed-order stabilising controller design by a mixed randomized/deterministic method. *Int. J. Control*, 2015, vol. 88, no. 2, pp. 335–346. doi: 10.1080/00207179.2014.953208 .
6. Fujisaki Y., Oishi Y. and Tempo R. Mixed deterministic/randomized methods for fixed order controller design, *IEEE Trans. Automat. Control*, 2008, vol. 53, no. 9, pp. 2033–2047. doi: 10.1109/TAC.2008.929397 .
7. Malik W.A. , Darbha S. and Bhattacharyya S.P., A linear programming approach to the synthesis of fixed-structure controllers, *IEEE Trans. Automat. Control*, 2008, vol. 53, no. 6, pp. 1341–1352. doi: 10.1109/TAC.2008.927790 .
8. Büyükköroğlu T. Fixed order controller for Schur stability, *Math. Comput. Appl.*, 2016, vol. 21, no. 2, Paper No. 25, pp. 1–9. doi: 10.3390/mca21020025 .
9. Akyar H. , Büyükköroğlu T. and Dzhafarov V. On stability of parametrized families of polynomials and matrices, *Abstract and Applied Analysis*, 2010, Article ID 687951, pp. 1–16. doi: 10.1155/2010/687951 .

10. Levinson N., The Wiener RMS error criterion in filter design and prediction. *J. Math. Phys.*, 1946, vol. 25, no. 1–4, pp. 261–278. doi: 10.1002/sapm1946251261 .
11. Nurges Ü. New stability conditions via reflection coefficients of polynomials. *IEEE Trans. Automat. Control*, 2005, vol. 50, no. 9, pp. 1354–1360. doi: 10.1109/TAC.2005.854614 .

Received September 31, 2016

Taner Büyükköroğlu
Associate Professor Doctor
Department of Mathematics, Faculty of Science,
Anadolu University, 26470 Eskisehir, Turkey
e-mail: tbuyukkoroglu@anadolu.edu.tr

Gökhan Çelebi
Research Assistant Doctor
Department of Mathematics, Faculty of Arts and Sciences,
Bozok University, 66100 Yozgat, Turkey
e-mail: gokhan.celebi@bozok.edu.tr

Vakif Dzhafarov
Professor Doctor
Department of Mathematics, Faculty of Science,
Anadolu University, 26470 Eskisehir, Turkey
e-mail: vcaferov@anadolu.edu.tr

Ссылка на статью:
T. Büyükköroğlu, G. Çelebi, V. Dzhafarov. Stabilization of discrete time systems by reflection coefficients // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23, № 1. P. 306–311.